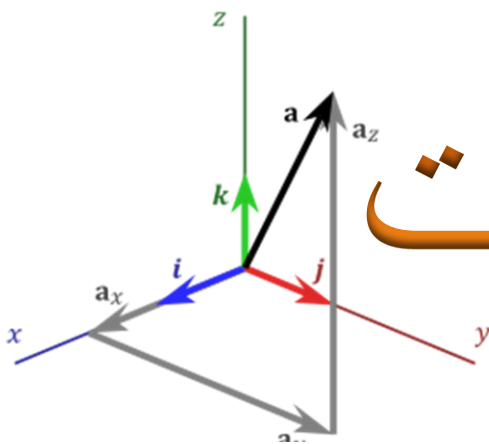
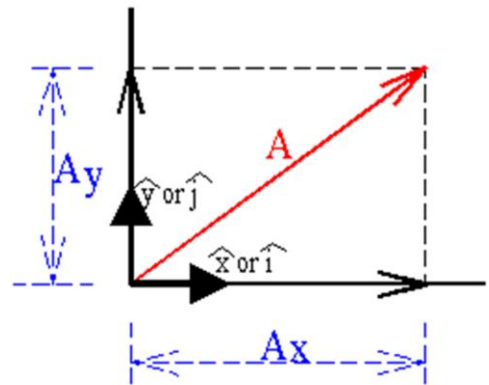
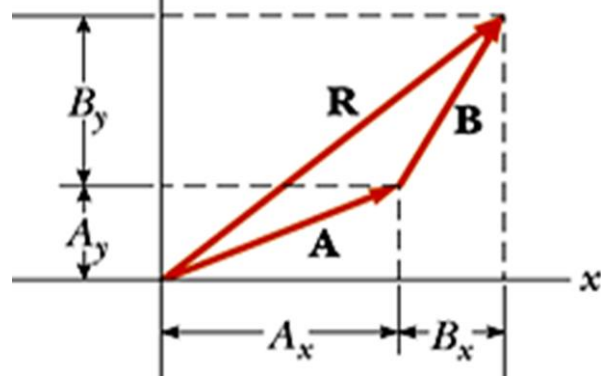


المتجهات



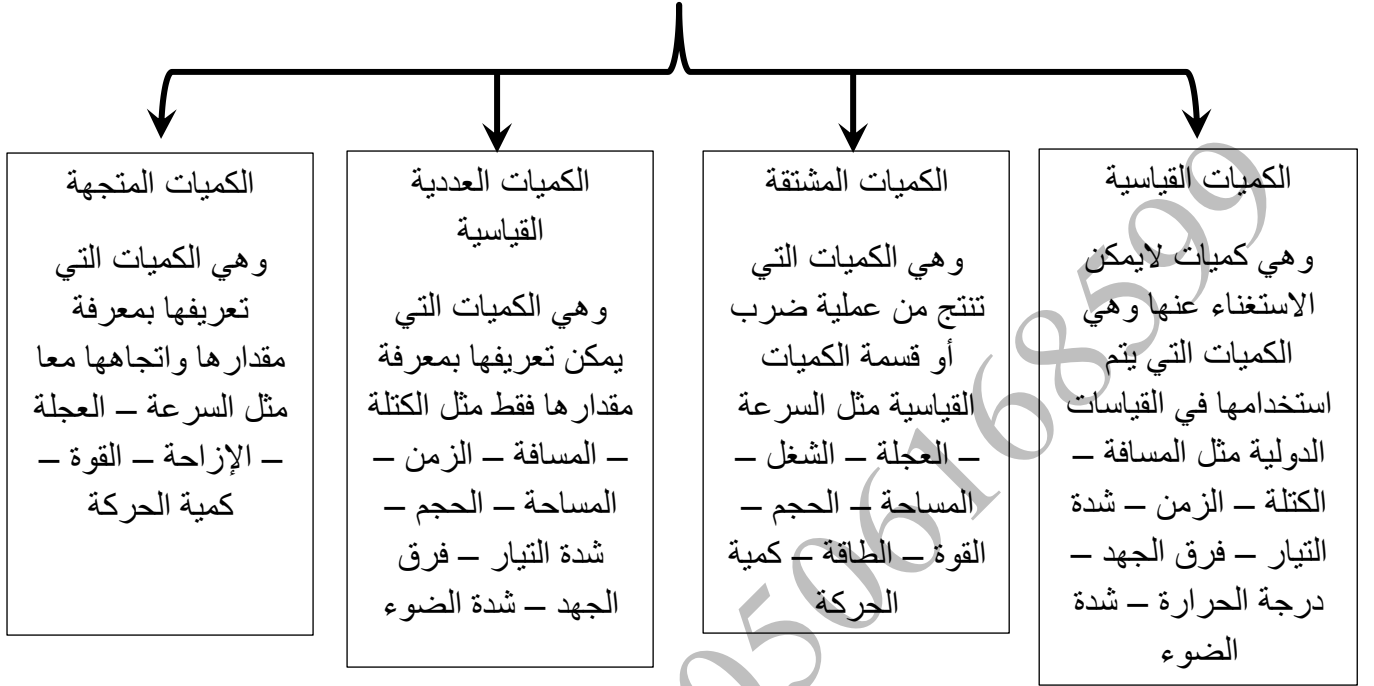
Adding Vectors



المتجهات

أولا : الكميات الفيزيائية :

أنواع الكميات الفيزيائية



س : متى يمكن اعتبار السرعة كمية عددية ومتى يمكن اعتبارها كمية متجهة

التمثيل البياني للكمية المتجهة :

لكي يتم التمثيل البياني للكمية المتجهة لابد من توفر الشروط التالية :

- ① معرفة نقطة البداية
- ② معرفة المقدار
- ③ معرفة الاتجاه
- ④ اختيار مقياس رسم مناسب
- ⑤ معرفة نقطة النهاية

نقطة البداية تسمى (ذيل المتجه) ونقطة النهاية تسمى (رأس المتجه)

مثال : سار احمد مسافة 20 m نحو الشرق مثل ذلك بيانيا

- ① اختيار مقياس الرسم (سيكون طول المتجه 10 cm أي أن كل 1 cm يمثل 2 m)

- ② يتم تحديد نقطة البداية وتكملة الخطوات السابق ذكرها



يمكن نقل المتجه من مكان إلى آخر بتوفر شرطين أساسيين هما

- ① المحافظة على مقدار المتجه
- ② المحافظة على اتجاه المتجه

جمع المتجهات (حساب المحصلة) :

لجمع الكميات المتجهة يشترط أن يتكون من نفس النوع و لها نفس وحدات القياس . ويسمى ناتج عملية الجمع بالمحصلة ويرمز له بالرمز $\vec{R}$

طرق جمع المتجهات :

أولاً : طريقة الرسم البياني (الطريقة الهندسية) :

لا يمكن إتمام عملية الجمع حسب الرسم المجاور

لهذه الطريقة عدة خطوات سنوزها فيما يلي

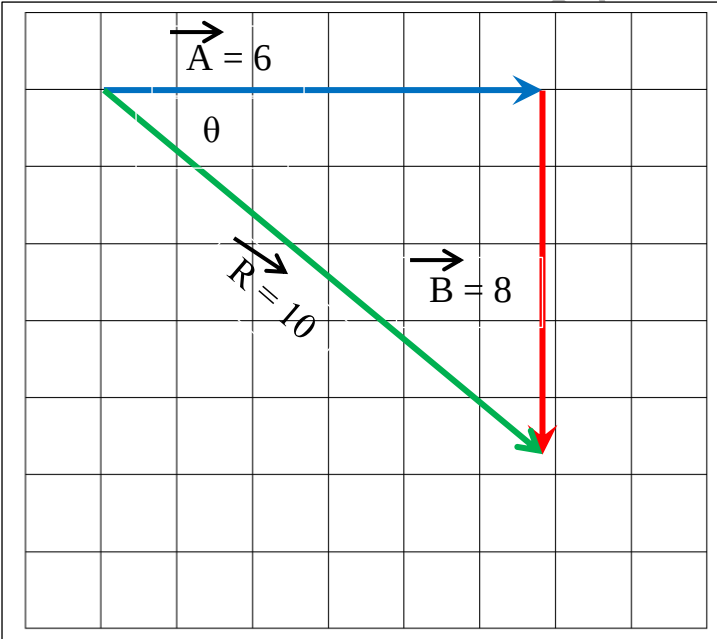
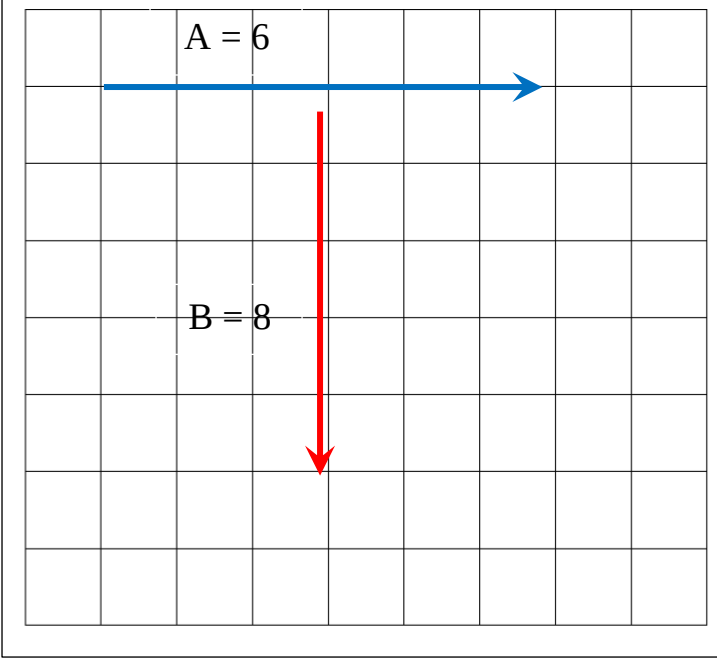
1 - لكي تتم عملية الجمع لابد من نقل المتجه (B) مع الحفاظ على قيمة المتجه واتجاهه كمات ذكر من قبل

2 - لابد أن يلتقي رأس المتجه (A) مع ذيل المتجه (B)

3 - يتم قياس المسافة من ذيل المتجه (A) إلى رأس المتجه (B) وتكون هذه قيمة المحصلة المطلوبة

4 - يكون اتجاه المحصلة من ذيل المتجه الأول (A) إلى رأس المتجه الثاني (B)

5 - تقاس زاوية المحصلة من نقطة البداية الأولى أي من نقطة بداية المتجه (A) ويرمز لزاوية المتجه الرمز (θ)



ثانيا : الطريقة الحسابية

إذا كانت المتجهات
بينها زاوية غير قائمة

إذا كانت المتجهات
متعامدة

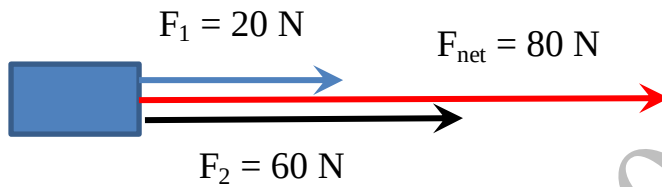
إذا كانت المتجهات
متعاكسة

إذا كانت المتجهات
في نفس الاتجاه

أولا : إذا كانت المتجهات في نفس الاتجاه :

مثال : أثرت قوتان على جسم ما في اتجاه الشرق وكان مقدار القوة الأولى 20 N والثانية 60 N أوجد محصلة القوتين واتجاهها

الحل :

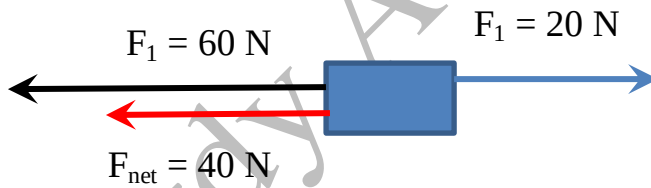


بما أن القوتين في نفس الاتجاه يتم جمع القوتين ويكون اتجاه المحصلة هو نفس اتجاه القوتين

$$F_{net} = F_1 + F_2 = 20 + 60 = 80 \text{ N}$$

ثانيا : إذا كانت المتجهات متعاكسة :

مثال : أثرت قوتان على جسم ما إحداهما في اتجاه الشرق والأخرى في اتجاه الغرب وكان مقدار القوة الأولى 20 N والثانية 60 N على الترتيب أوجد محصلة القوتين واتجاهها



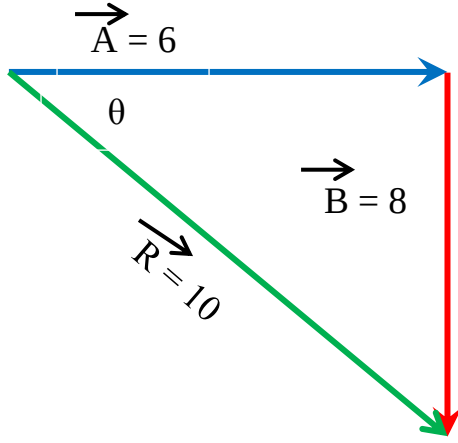
بما أن القوتين في اتجاهين متعاكسين يتم جمع القوتين جمعا جبريا (أي يؤخذ في الاعتبار إشارة الاتجاه ويكون اتجاه المحصلة هو اتجاه القوة الأكبر)

$$F_{net} = F_1 + F_2 = 20 + (- 60) = 40 \text{ N}$$

في اتجاه الغرب

ثالثا : إذا كانت المتجهات متعامدة :

مثال : سار احمد مسافة قدرها 6 m نحو الشرق ثم سار 8 m في اتجاه الجنوب على الترتيب أوجد محصلة القوتين واتجاهها



الحل : 1 - في مثل هذه الحالة يتم استخدام نظرية فيثاغورس لإيجاد المحصلة أي أن

$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$R = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ m}$$

2 - في مثل هذه الحالة لابد من إيجاد اتجاه المحصلة ويتم ذلك

عن طريق إيجاد زاوية اتجاه المحصلة بالنسبة لنقطة البداية الأولى . فنقطة البداية الأولى تبدأ من ذيل المتجه A . لكي يتم حساب الزاوية تستخدم قاعدة الظل

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{8}{6} = 53.1$$

رابعا : إذا كانت المتجهات بينها زاوية :

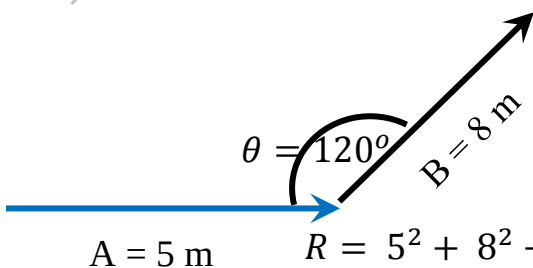
توجد طريقتان مختلفتان لحل هذا النوع من المتجهات

الطريقة الأولى : جيب التمام

يشترط لاستخدام هذه الطريقة معرفة مقدار المتجهين وقيمة الزاوية المحصورة بينهما

$$R = A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta$$

مثال : أوجد المحصلة للمتجهين الموضحين بالرسم التالي



$$R = 5^2 + 8^2 - 2 \times 8 \times 5 \cos 120 = 129 \text{ m}$$

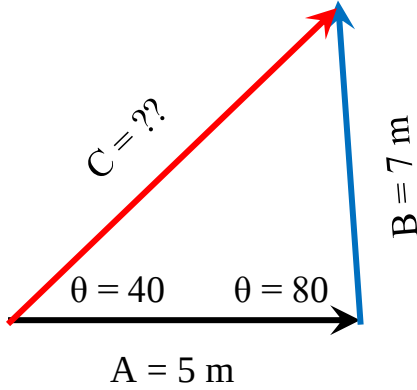
الحل

الطريقة الثانية : الجيب

يشترط لاستخدام هذه الطريقة معرفة مقدار متجه وزاويتين إحداهما مقابلة للمتجه المعلوم والأخرى مقابلة للمحصلة أو الضلع المراد إيجاداه

$$\frac{A}{\sin \theta_A} = \frac{B}{\sin \theta_B} = \frac{C}{\sin \theta_C}$$

مثال : أوجد قيمة المتجه C من الرسم التالي

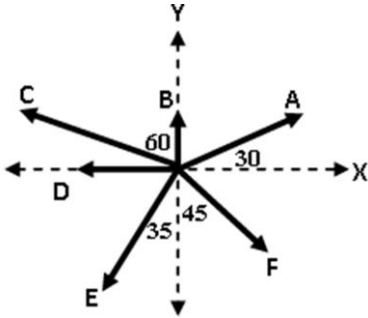


الحل :

$$\frac{C}{\sin \theta_C} = \frac{B}{\sin \theta_B}$$

$$\frac{C}{\sin 80} = \frac{7}{\sin 40} \therefore C = \frac{7 \sin 80}{\sin 40} = 10.27 \text{ m}$$

ملخص وملاحظات على موضوع المتجهات



المتجه	الطريقة الأولى	الطريقة الثانية
A	يصنع زاوية 30 مع محور X الموجب	يميل بزاوية 30 شمال الشرق
B	يصنع زاوية 90 مع محور X الموجب	الشمال
C	يصنع زاوية 150 مع محور X الموجب	يميل بزاوية 60 غرب الشمال
D	يصنع زاوية 180 مع محور X الموجب	الغرب
E	يصنع زاوية 235 مع محور X الموجب	يميل بزاوية 35 غرب الجنوب
F	يصنع زاوية 315 مع محور X الموجب	الجنوب الشرقي

م	الحالة	مقدار المحصلة	اتجاه المحصلة	الرسم
1	متجهين في نفس الاتجاه	$R = A + B$	في اتجاه المتجهين	
2	متجهين متعاكسين في الاتجاه	$R = A + (-B)$	في اتجاه المتجه الأكبر	
3	متجهين متعامدين (بينهما زاوية قائمة)	$R = \sqrt{A^2 + B^2}$ $\theta = \tan^{-1} \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$		
4	متجهين بينهما زاوية غير قائمة	$R = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta}$ قانون جيب التمام $\frac{R}{\sin \theta} = \frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b}$		

ملاحظة مهمة جدا جدا :

① الزاوية التي يصنعها المتجه مع المحور X مقاسة في عكس اتجاه عقارب الساعة

مسائل على إيجاد المحصلة

1 – يشد عملا إنقاذ قارب نجاة , إذا كان مقدار محصلة قوتيهما تساوي (520 N) عندما كانا يشدان في الاتجاه نفسه , ويساوي (160 N) عندما كان يشدان في اتجاهين متعاكسين , احسب قوة شد كل عامل على حدة .

.....

.....

.....

2 – تمشي قطعة على رصيف فتقطع مسافة (30 cm) نحو الشمال ثم تمشي مسافة (60 cm) نحو الغرب :
أ) احسب مقدار الإزاحة الكلية للقطعة وحدد اتجاهها على الرسم

.....

.....

.....

ب) احسب الزاوية التي تصنعها الإزاحة الكلية للقطعة مع اتجاه الشمال .

.....

.....

3 – تحرك شخص مسافة (140 m) جنوبا ثم تحرك مسافة (80 m) باتجاه يصنع زاوية (40°) جنوب غرب .
أ) وضح بالرسم حركة الشخص .

.....

.....

ب) احسب الإزاحة الكلية للشخص وحدد اتجاهها على الرسم

.....

.....

.....

ج) احسب الزاوية التي تصنعها الإزاحة مع اتجاه الجنوب .

.....

4 - هل يمكن لمركبة متجه أن تساوي صفر؟ وضح ذلك

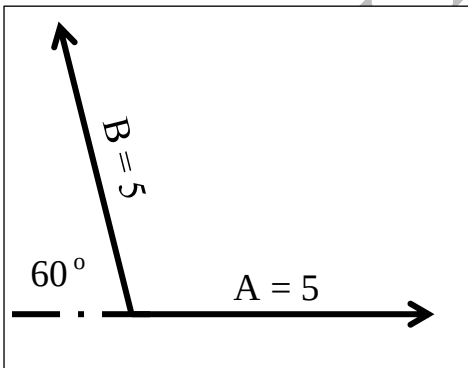
5 - قوتان مقدارهما ($F_1 = 18 \text{ N}$) ، ($F_2 = 14 \text{ N}$) تؤثران في جسم ما ، احسب مقدار واتجاه القوة المحصلة إذا كانت الزاوية بين القوتين :

أ (صفر

ب (180°

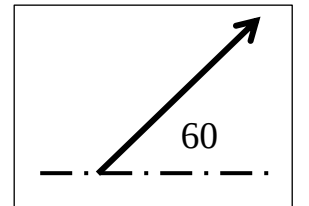
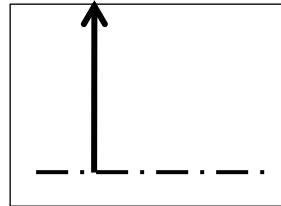
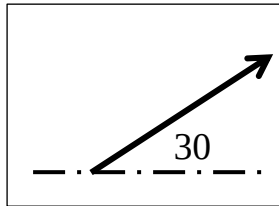
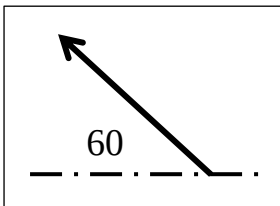
ج (90°

د (120°



6 - في الشكل المجاور المتجهان ($\vec{A}$ و $\vec{B}$) متساويان في المقدار

أي من الأشكال الآتية يمثل محصلتيهما مع ذكر السبب



7 - في لعبة البحث عن الكنز تشير الخريطة على قائد فريق مخيم الكشافة في إحدى الجزر أن يسير مسافة (16 m) شرقاً ثم (7 m) جنوباً ثم (4m) غرباً وأخيراً (2m) شمالاً ليصل إلى الكنز:
أ (وضح بالرسم مسار قائد فريق مخيم الكشافة

أ (ما المسافة التي سيتحركها القائد ليصل إلى الكنز؟

ب (إذا اتبع القائد المسار الموصوف فكم إزاحته الكلية؟ وما اتجاهها؟

8 - تطير فراشة عن غصن شجرة مسافة (1.2m) بمسار مستقيم أفقي يرتفع عن سطح الأرض (3.4m) وعندما ترى زهرة تهبط رأسياً مسافة (1.4m) إلى أن تصل إليها. ما إزاحة الفراشة الكلية؟ وما اتجاهها؟

9 - يلتقط الظهر الكرة من خط الوسط ويركض إلى الخلف (10m) ثم جانباً بشكل موازي لخط الوسط مسافة (15m) يرمي الكرة بعدها مسافة (50m) باتجاه طول الملعب. ما مقدار الإزاحة الكلية للكرة؟

10 - يقطع راكب دراجة مسافة (40m) شرقاً ثم يقطع مسافة (30m) شمالاً، جد الإزاحة المحصلة لراكب الدراجة حسابياً

11 - يتسلق عالم آثار الهرم الأكبر في الجيزة، فإذا كان ارتفاع الهرم (136m) وقاعدته (230m) ما مقدار إزاحة العالم وما اتجاهها خلال تسلقه الهرم من أسفل إلى قمته

12 - إذا كانت قيمة محصلة قوتين متعامدتين هي (10 N) ، وكانت قيمة إحدى القوتين (6 N) احسب قيمة القوة الثانية

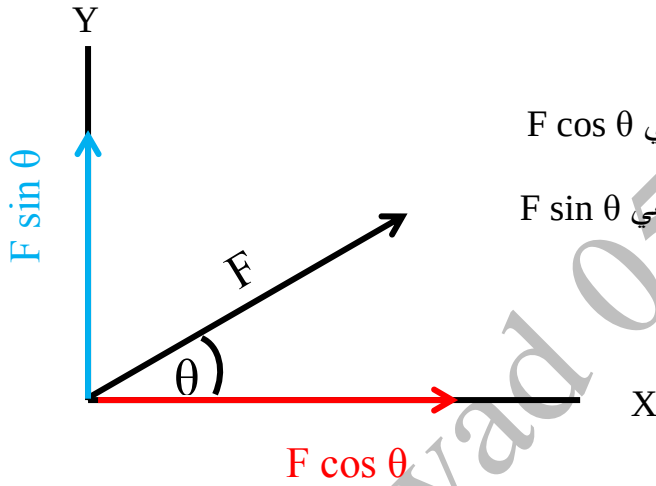
تحليل المتجهات

المحصلة إيجاد قيمه متجه بمعلومية متجهين معلومين . اما التحليل فهو متجه نحصل منه على متجهين
يسميان المركبتين المتعامدتين للمتجه احدهما في اتجاه المحور (X) والاخر في اتجاه المحور (Y)

ملاحظة مهمه جدا جدا :

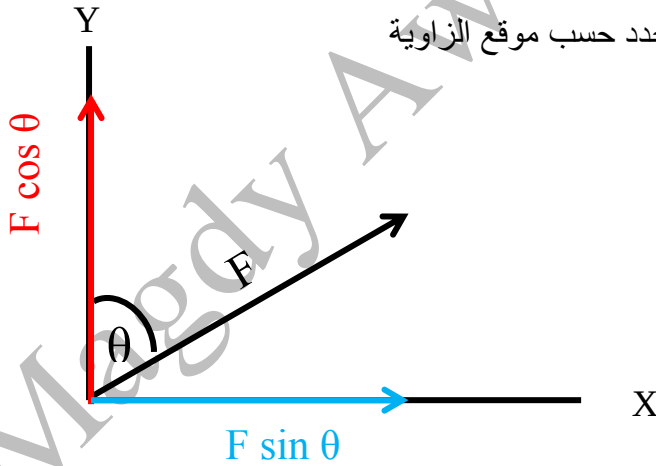
- ① مقدار المتجه الأصلي يكون دائما أكبر من مقدار أي من مركبتيه
- ② تعتمد إشارة مركبة المتجه على الربع الذي تقع فيه . أي تعتمد على الزاوية التي يصنعها المتجه مع المحور (X) الموجب .
- ③ الضلع الذي يبدأ منه قياس الزاوية ايا كان موضعه يأخذ القيمة $\cos$ اما الضلع الثاني يأخذ القيمة $\sin$

أمثلة توضيحية :



① المركبة الافقية في الاتجاه (X) هي $F \cos \theta$

② المركبة الرأسية في الاتجاه (Y) هي $F \sin \theta$



نلاحظ هنا أن القيمة $\cos$ أو القيمة $\sin$ تحدد حسب موقع الزاوية

ملاحظة مهمه جدا جدا :

- ① إذا كان أحد المتجهات منطبقا أو موازيا لاحد المحاور فإن مركبته على المحور الاخر = صفر وذلك لان $\cos 90 = 0$ وهي تمثل المركبة العمودية للمتجه

مسائل على تحليل المتجهات

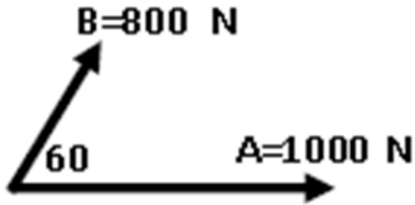
1 - الإزاحة ($\vec{d}$) مقدارها (80 m) باتجاه يصنع (40°) جنوب شرق .

أ (ارسـم الإزاحة

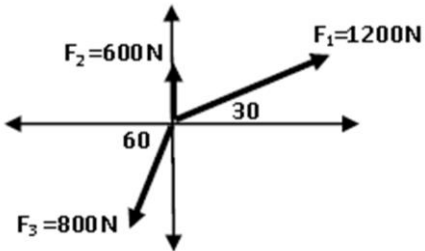
ب) أوجد مركبتي الإزاحة

2 - إذا كانت المركبة الرأسية ($B_y = 16$) و ($B = 20$) فاوجد قيمة (B_x)

3 - احسب مقدار واتجاه القوة المحصلة بالشكل التالي :



4 - احسب مقدار واتجاه القوة المحصلة بالشكل التالي :



5 - مشى حمد مسافة (300 m) في اتجاه الشرق ثم مشى مسافة (200 m) في اتجاه (30°) درجة شرق الشمال ثم مشى (100 m) في اتجاه (60°) درجة شمال الغرب .

أ (وضح بالرسم التخطيطي مسار حمد

ب) احسب إزاحة حمد مقداراً واتجاهاً .

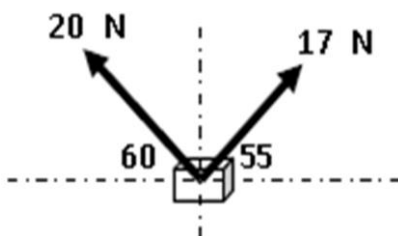
6 - تحرك حامد من منزله نحو الشمال فقطع مسافة (6 km) ثم انعطف شرقا فاصبحت ازاحته من المنزل (8 km) فما مقدار ازاحته شرقا

7 - يمشي احمد مسافة (0.4 km) بزاوية (60°) غرب الشمال ثم يمشي غربا . ارسم مسار حركة احمد ثم أوجد إزاحة احمد .

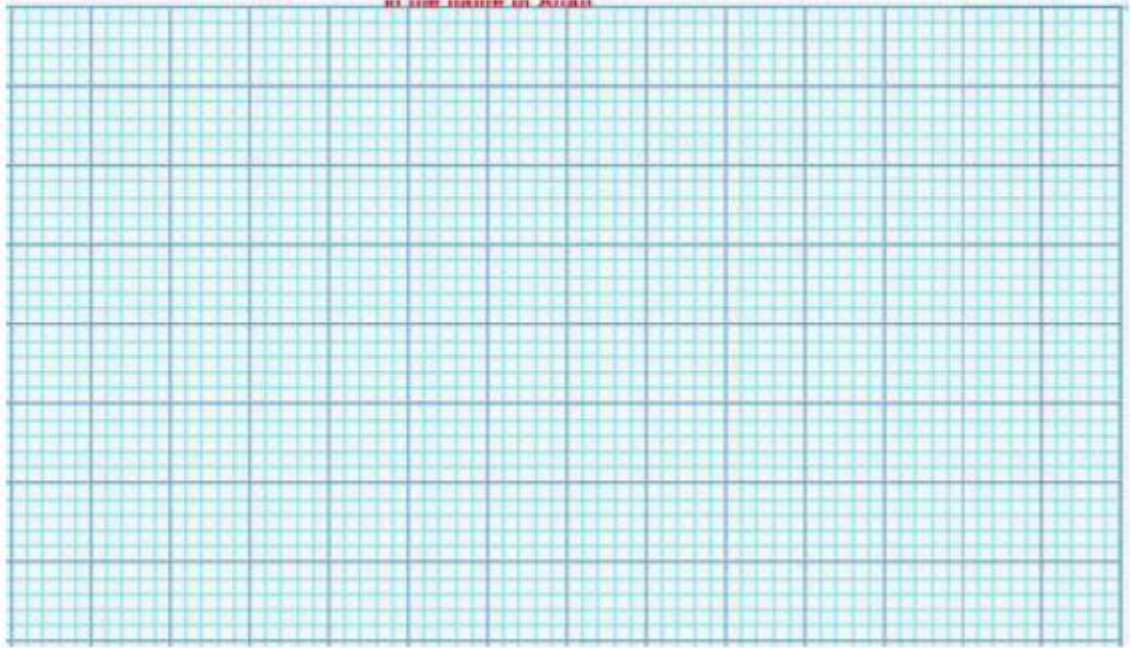
8 - سار شخص (4.5 km) في اتجاه ما ثم انعطف بزاوية (45°) درجة نحو اليمين وسار مسافة (6 km) ما مقدار ازاحته

9 - يرفع اخوان صندوق كتلته (3.2 kg) بواسطة حبال . كما هو موضح بالشكل

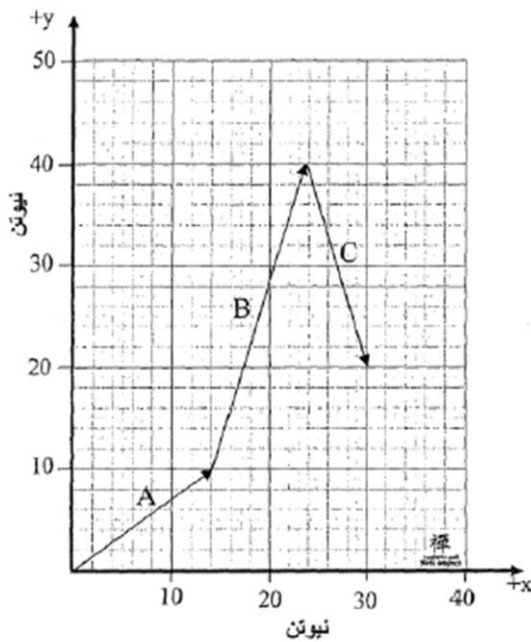
المجاور . احسب محصلة القوى المؤثرة في الصندوق



10 - تطير طائرة بسرعة (300 m/s) بزاوية (35°) شمال الشرق . بدأت تهب عليها رياح سرعتها (50 m/s) بزاوية (15°) غرب الشمال . بين بالرسم مقدار واتجاه محصلة سرعة الطائرة



11 - يبين الشكل المجاور ثلاث قوى (A و B و C) على ورقة رسم بياني استعمل طريقة تحليل المتجهات لحساب .



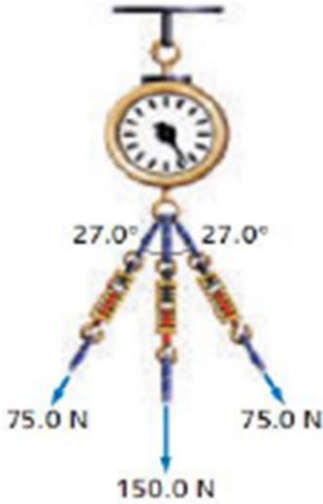
أ (مركبة محصلة القوى على المحور X

ب (مركبة محصلة القوى على المحور Y

ج (مقدار المحصلة الكلية

د (اتجاه المحصلة

12 – يسحب ميزان بثلاث حبال كما هو موضح بالشكل المجاور . ما مقدار القوة المحصلة التي يقرأها الميزان



.....

.....

.....

.....

13 – تقع مدرستك على بعد (15 km) في اتجاه يصنع (30°) شمال الغرب من منزلك ولكن الطريقة الوحيد الماح للوصول إلى المدرسة هو أن تسير (5 km) في اتجاه الشمال . فما المسافة التي يجب أن تقطعها بعد ذلك للوصول للمدرسة وفي أي اتجاه .

.....

.....

.....

.....

14 – تسير شاحنة على أرض مدرج المطار الأفقية في خط مستقيم ، بحيث تكون دوماً تحت طائرة تحلق في اتجاه يصنع (32°) فوق الأفقي . إذا كان عداد سرعة الشاحنة يشير إلى (95Km/h) جد مركبة السرعة الرأسية للطائرة؟

.....

.....

.....

15 – يركض لاعب كرة قدم مسافة (35m) باتجاه طول الملعب قبل أن ينحرف بزاوية (25°) إلى يمين اتجاه سيره الأصلي، حيث يركض مسافة (15m) قبل أن يوقفه لاعب آخر . ما مقدار إزاحة اللاعب الكلية؟ وما اتجاهها؟

.....

.....