

تمارين على القطوع المخروطية

1

أوجد معادلة القطع المخروطي الذي ترسمه النقطة $A(x, y)$ بحيث يكون مجموع بعدها عن النقطتين الثابتتين $(0, \pm 3)$ يساوي 10

(الإجابة : $\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{16} = 1$)

2

أوجد الصورة القياسية للمعادلة : $2x^2 + 6y^2 - 8x + 24y - 10 = 0$

ثم حدد نوع القطع ومركزه ، وبؤرتيه ، طرفي المحورين

(الإجابة: ناقص، المركز $(2, -2)$ البؤرتان $(2 \pm \sqrt{14}, -2)$ الأكبر $(2 \pm \sqrt{21}, -2)$ الأصغر $(2, -2 \pm \sqrt{7})$)

3

قطع ناقص مركزه $(3, 2)$ وإحدى بؤرتيه $(3, 7)$ وإحدى طرفيه $(4, 2)$

أوجد معادلة القطع الناقص في الصورة القياسية

(الإجابة : $\frac{(x-2)^2}{26} + \frac{(y-3)^2}{1} = 1$)

4

قطع ناقص معادلته: $mx^2 + 9y^2 = 144$ فإذا كان البعد بين البؤرتين 10

أوجد قيمة m ثم أوجد طرفي المحور الأكبر والأصغر والبؤرتين .
(الإجابة : $m = \frac{144}{41}$ الأكبر $(\pm\sqrt{41}, 0)$ الأصغر $(0, \pm 4)$ البؤرتان $(\pm 5, 0)$)

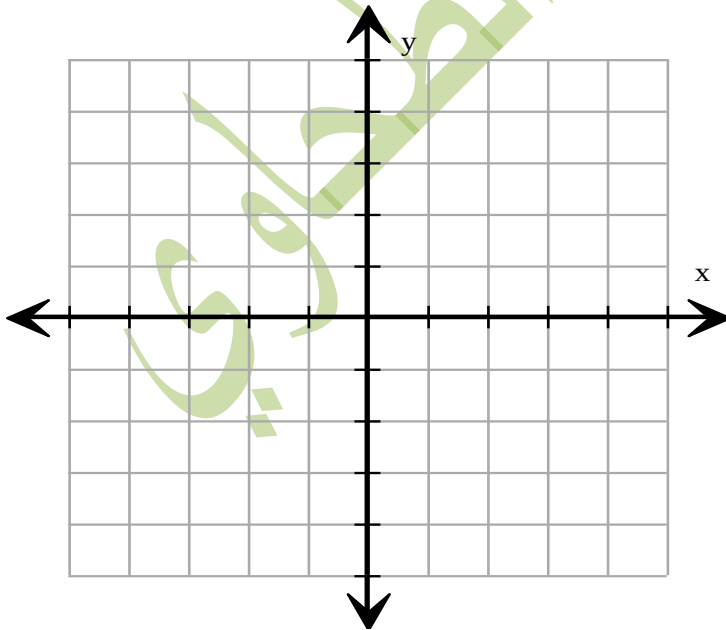
5

قطع ناقص معادلته $\frac{(x+1)^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$

أوجد كلا من :-

- (-1,2)
- (-5,2), (3,2)
- (-6,2), (4,2)
- (-1, -1), (-1,5)

- a. المركز
- b. البؤرتان
- c. نقطتي طرفي المحور الأكبر
- d. نقطتي طرفي المحور الأصغر
- e. استخدم ما سبق في رسم شكلا تقريبا للقطع



6

أوجد الصورة القياسية لمعادلة القطع الناقص الذي فيه البؤرتان $(2, 6)$ ، $(2, 0)$ ونقطتا طرفي المحور الأصغر $(4, 3)$ ، $(0, 3)$

(الإجابة : $\frac{(y-3)^2}{13} + \frac{(x-2)^2}{4} = 1$)

7

قطع مخروطي $(x - 2y)(x + 2y) = 4$

حدد نوع القطع المخروطي ثم أوجد طرفي المحور القاطع والبؤرتين والخطين التقاربين وارسمه

(الإجابة : زائد $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ القاطع $(\pm 2, 0)$ البؤرتان $(\pm \sqrt{5}, 0)$ التقاربين $y = \pm \frac{1}{2}x$)

8

أوجد معادلة القطع الزائد في الصورة القياسية حيث نقطتا طرفي المحور القاطع هما $(-5, 2)$ ، $(7, 2)$ وميل أحد الخطين التقاربين هو $\frac{2}{3}$

(الإجابة : $\frac{(x-1)^2}{36} - \frac{(y-2)^2}{16} = 1$)

9

أوجد معادلة القطع الزائد في الصورة القياسية حيث البؤرتان هما $(2, -4)$, $(2, 2)$ ونقطتا طرفي المحور

القاطع

هما $(2, -3)$, $(2, 1)$

$$\left(\frac{(y+1)^2}{4} - \frac{(x-2)^2}{5} = 1 \text{ : الإجابة} \right)$$

10

قطع زائد مركزه نقطة الأصل ومعادلته $mx^2 - ny^2 = 144$ وطول محوره القاطع 6 وبؤرتاه هما $(\pm 5, 0)$ أوجد قيمة كل من m, n .

$$(\text{الإجابة : } m = 16, n = 9)$$

11

إذا علمت أن معادلة قطع زائد هي : $-x^2 + 3y^2 - 4x + 6y + 11 = 0$ أوجد معادلة القطع الزائد في الصورة القياسية ثم أوجد طرفي المحور القاطع والبؤرتين والخطين التقاربين .

$$\left(\text{الإجابة : زائد } 1 = \frac{(x+2)^2}{12} - \frac{(y+1)^2}{4} \text{ القاطع } (-2 \pm 2\sqrt{3}, -1) \text{ البؤرتان } (-6, -1), (2, -1) \text{ التقاربين } y + 1 = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}(x + 2) \right)$$

تمارين على التكامل

12

إذا كانت كلا من الدالتين $G(x)$, $F(x)$ مشتقة عكسية للدالة $f(x)$ حيث :

$$F(x) = x^2 e^{-x} \quad , \quad G(x) = \frac{x^2 - 2e^x}{e^x}$$

(1) فأوجد قيمة الثابت C التي تختلف به الدالتان $F(x)$, $G(x)$. (الإجابة : 2 - أو $c = 2$)(2) اثبت أن $f(x) = x e^{-x} (2 - x)$

13

إذا كانت كلا من الدالتين $G(x)$, $F(x)$ مشتقة عكسية للدالة $f(x)$ المتصلة على الفترة

$$[2, 6] \text{ وكان } \int_2^6 (F(x) - G(x)) dx \text{ فأوجد } \int_2^6 (xF(x) - xG(x) + 1) dx$$

(الإجابة : 54)

14

لتكن $G(x) = \frac{1}{6}(3x+4)^2$, $F(x) = \frac{3}{2}x^2 + 4x$ دالتان كل منهما تمثل دالة المشتقة العكسية للدالة $f(x)$

أوجد :-

(الإجابة : $\frac{8}{3}$ أو $c = -\frac{8}{3}$)(أ) قيمة الثابت c الذي تختلف به الدالتان $F(x)$, $G(x)$ (الإجابة : $f(x) = 3x + 4$)(ب) الدالة $f(x)$

$$G(x) = \frac{1}{4}(2x^2 + 4)^2, F(x) = x^2(x^2 + 4) \text{ نتكن}$$

15

(أ) أثبت أن الدالتين $F(x), G(x)$ كل منهما المشتقة العكسية للدالة $f(x)$

(الإجابة : $f(x) = 4x^3 + 8x$)

(ب) أوجد الدالة $f(x)$

$$f(x) \text{ إذا كانت } \frac{3x^2}{x^2+5} F(x) \text{ مشتقة عكسية للدالة } f(x)$$

16

$$\text{وكذلك } G(x) = \frac{-15}{x^2+5} \text{ مشتقة عكسية للدالة } f(x)$$

(الإجابة : $c = 3$ أو -3)

أوجد قيمة الثابت c الذي تختلف به الدالتان $F(x), G(x)$

$$f(x) \text{ إذا كانت } F(x) = \frac{1}{2} \sec^2 x + \ln x \text{ مشتقة عكسية للدالة } f(x)$$

17

$$\text{وكذلك } G(x) = \frac{1}{2} \tan^2 x + \ln x + \ln e \text{ مشتقة عكسية أخرى للدالة } f(x)$$

(الإجابة : $\frac{1}{2}$ أو $-\frac{1}{2}$)

أوجد قيمة الثابت C التي تختلف به $F(x)$ عن $G(x)$

18 اثبت أن : $F(x) = e^{2x} \ln 3x$

هي مشتقة عكسية للدالة $f(x) = e^{2x} \left(\frac{1}{x} + \ln 9x^2 \right)$ حيث $x > 0$

19 تحقق من صحة المساواة التالية

$\int \frac{e^{x^2}(x^2 \ln x^2 + 1)}{x} dx = e^{x^2} \ln x + c$ حيث $x > 0$

20 تعطى السرعة المتجهة لجسيم يتحرك بالمعادلة $v(t) = 8e^{-0.02t}$ حيث t الثواني $v(t)$ بالأمطار أوجد المسافة التي يقطعها هذا الجسيم بعد نصف دقيقة علماً بأن $s(0) = 0$ (الإجابة : $s(30) \approx 180.5 m$)

21 إذا كان معدل تغير سرعة الصوت في الهواء بالنسبة لدرجة الحرارة T يعطي بالعلاقة :

حيث T تقدر بالكلفن $\frac{dV}{dT} = \frac{1087}{2\sqrt{273}} T^{-\frac{1}{2}}$

أوجد السرعة V بدلالة درجة الحرارة T (علماً بأن سرعة الصوت في الهواء 1087 قدم/ثانية عند درجة حرارة 273 كلفن (الإجابة : $V(T) = \frac{1087}{\sqrt{273}} \sqrt{T}$)

23

في تجربة ما كان معدل التغير في حجم كمية من الغاز V (مقدرة بالمتر/المكعب) بالنسبة للضغط الواقع عليها P (مقدرة بالنيوتن / متر مربع) يعطى بالعلاقة $\frac{dV}{dP} = \frac{-a}{P^2}$ حيث a ثابت و كان $V = 12 \text{ m}^3$ عندما $P = \frac{1}{2} \text{ N/m}^2$ أوجد الدالة $V(p)$.

(الإجابة : $v(p) = \frac{a}{p} + 12 - 2a$)

24

آلة تصوير قيمتها عند الشراء $R = 2500$ وتتناقص قيمتها بالنسبة للزمن بمعدل $\frac{dR}{dt} = \frac{-500}{(t+1)^2}$ أوجد قيمة الآلة بعد ثلاث سنوات

(الإجابة : $R(3) = 2125$)

25

حل المعادلة التفاضلية : $x(1 - x^2)dy + (3x^2 - 1)ydx = 0$ (الإجابة : $y = \pm e^{\ln|x-x^3|+c}$)

26

قام أحمد بزراعة نخلة ولاحظ أنها تنمو بمعدل : متر / سنوياً $\frac{dL}{dt} = 1 + (t+1)^{-2}$

حيث L إرتفاع النخلة بالمتر ، t الزمن بالسنوات ، وبعد سنتين من زراعتها بلغ إرتفاعها 5 أمتار
أوجد إرتفاع النخلة عند بدء زراعتها .

(الإجابة : $L(0) = \frac{7}{3} m$)

27

لتكن $y = \frac{\ln x}{x}$, $x \neq 0$

(أ) أوجد $\frac{dy}{dx}$

(ب) بالاعتماد على ما توصلت اليه في (أ) أوجد $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$

(الإجابة : $\int \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{-1}{x} - \frac{\ln x}{x}$)

28

كمية من البروتين كتلتها m جرام تتحلل إلى أحماض أمينية بمعدل :

جرام / ساعة $\frac{dm}{dt} = -30(t+3)^{-2}$ حيث m الكتلة بالجرام ، t الزمن بالساعات

أوجد التغير في كتلة البروتين خلال الساعتين الأوليين .

(الإجابة : $m = -4$)

29

أوجد معادلة الدالة $y = f(x)$ حيث $\frac{d^2y}{dx^2} = 6$ والمماس المرسوم لمنحنى الدالة $f(x)$ عند $(0, 1)$ أفقياً

(الإجابة : $y = 3x^2 + 1$)

30

إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على الفترة $[1, 9]$ وكانت القيمة المتوسطة للدالة $f(x)$ على الفترة $[1, 4]$ تساوي 2 وكانت $\int_9^4 3f(x)dx = 12$ فأوجد قيمة $\int_1^9 f(x)dx$

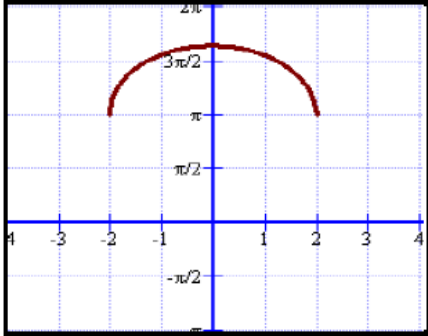
(الإجابة : 2)

31

الشكل المقابل يمثل بيان الدالة $y = \pi + \sqrt{4 - x^2}$

أوجد القيمة المتوسطة للدالة في الفترة $[0, 2]$

دون إجراء عملية التكامل .



(الإجابة : $av = \frac{3\pi}{2}$)

32

إذا كانت $f(x) = \frac{\pi \sin x}{4}$ أوجد :

أوجد:

(1) القيمة المتوسطة للدالة $f(x)$ في الفترة $[0, \pi]$.

(2) عند أي من النقاط في الفترة $[0, \pi]$ تأخذ الدالة هذه القيمة المتوسطة .

(الإجابة : $x \approx 0.7$, $av = \frac{1}{2}$)

33

إذا علمت أن القيمة المتوسطة للدالة f على الفترة $[1, 4]$ يساوي 8 و القيمة المتوسطة للدالة f على الفترة $[4, 6]$ يساوي K و القيمة المتوسطة للدالة f على الفترة $[1, 6]$ يساوي 18 أوجد قيمة K .

(الإجابة : $k = 33$)

34

عند إجراء عملية جراحية لمريض حقن (البنج) وبعد مضي t ساعة كان تركيز المخدر في دم المريض $C(t)$.

$$C(t) = \frac{3t}{(t^2 + 36)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{حيث : } mg/cm^2$$

أوجد متوسط تركيز المخدر $(av \ c(t))$ إثناء الساعات الثمانية الأولى بعد حقن المريض مباشرة .

(الإجابة : $av = \frac{1}{40}$)

35

لتكن الدالة $y = 2x - x^2$ استخدم طريقة التقريب بالمستطيلات المنتصفي لإيجاد مساحة المنطقة

المحصورة بين منحنى الدالة و محور السينات و المستقيمين $x = 0$, $x = 2$ و ذلك بتقسيم الفترة $[0, 2]$ الى 4 فترات جزئية متساوية في الطول

(الإجابة : $A = \frac{11}{8}$)

36

أوجد القيمة المتوسطة للدالة $f(t) = 2 - \sqrt{9 - t^2}$ على الفترة $[-3, 3]$

ثم أوجد قيم c التي تقع في هذه الفترة والتي يكون عندها $f(c)$ تساوي هذه القيمة المتوسطة .

(الإجابة : $c \approx 1.6$, $av \approx -0.36$)

37 إذا كان $f(x)$ دالة متصلة بحيث أن : $\int_6^{3x} f(x) dx = 4x^2 + bx - 5$

أوجد قيمة b

(الإجابة : $b = \frac{-11}{2}$)

38 إذا كانت : $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n (f(ck) + g(ck) - L) \Delta ck = 33$

حيث P تجزيء للفترة $[0, 3]$

وكانت $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = 3x^2 - 1$

عبر عن هذه النهاية في صورة تكامل محدود ثم أوجد قيمة L العددية .

(الإجابة : $l = 1$)

39 إذا كان $\int_a^x f(t)dt + k = \int_b^x f(t)dt$ أوجد قيمة k حيث :

$f(x) = \frac{1}{x \ln x}$, $a = 2$, $b = 4$

(الإجابة : $-0.693 \approx$)

40 إذا كانت f دالة متصلة على الفترة $[1,3]$ ، لأي تجزيء p على الفترة $[1,3]$ كانت

$\lim_{\|p\| \rightarrow 0} \left(\sum_{k=1}^n (f(c_k) - 3) \Delta x_k \right) = 4$ فأوجد قيمة $\int_3^1 f(x)dx$

(الإجابة : -10)

41

إذا كانت $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$ حيث $1 \leq x \leq 4$ ولأي تجزئ P على الفترة $[1,4]$

أوجد $\lim_{\|P\| \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n (f(C_k) + 2) \Delta x_k$ حيث C_k أي عدد في الفترة الجزئية .

(الإجابة : 8.7 ≈)

42

لتكن $f(x)$ دالة متصلة على الفترة $[1,5]$ و كان :

$$\int_2^5 f(x) dx = 6$$

$$\int_3^2 f(x) dx = -4$$

$$\int_1^3 f(x) dx = 4$$

لأي تجزئ p على الفترة $[1,5]$ أوجد قيمة : $\lim_{\|p\| \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n (f(c_k) - 2c_k) \Delta x_k$

(الإجابة : -18)

43

إذا كانت $y = \int_a^{g(x)} f(t) dt$ إستعن بالجدول التالي في إيجاد قيمة dy/dx عند $x = 1$

x	f(x)	f'(x)	g(x)	g'(x)
1	0	1	2	3
2	5	3	4	2

(الإجابة : 15)

44

إذا كان $f(x)$, $g(x)$ دوال متصلة وقابلة للإشتقاق على كل الأعداد الحقيقية وكان :

x	f(x)	g(x)	g'(x)
1	6	2	5
3	16	4	2
4	-1	6	7

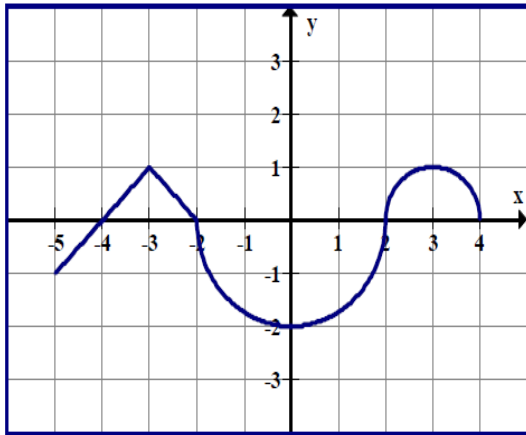
$$L(x) = \int_1^{g(x)} f(t) dt \quad \text{حيث}$$

أوجد $L'(x)$ أوجد $L'(3)$

(الإجابة : -2)

45

أعتماداً على كل من :

بيان الدالة $g(x)$ المتصلة في الفترة $[-5, 4]$ والمؤلف من قطعتين مستقيمتين ونصفي دائرتين

$$H(x) = \int_{-5}^x g(t) dt$$

أوجد كل من :
 $H'(-3)$ $H(-3)$

$$\int_{-3}^3 g(x) dx$$

(الإجابة :

1

0

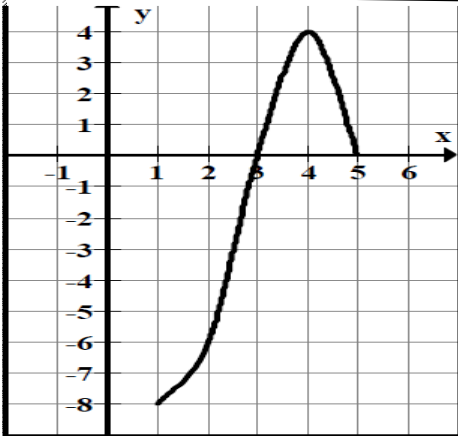
$$\left(\frac{1}{2} + \frac{9\pi}{4}\right) \approx 7.6$$

باستخدام خواص التكامل المحدد أثبت أن : $-18 \leq \int_{-5}^4 g(x) dx \leq 9$

46

بفرض أن : $F(x) = \int_1^x f(x) dx$ حيث f دالة متصلة على $[1, 5]$ والممثل بيانها كما بالشكل .

(1) أوجد :

✓ قيمة $F'(3)$ ✓ قيمة x التي تكون عندها $F(x) = 0$ (2) هل $F(3)$ موجبة أم سالبة ؟ ولماذا ؟(3) بين أن قيمة $\int_1^5 f(x) dx$ تقع بين 16 ، -32

(الإجابة :

0

1

(سالبة)

الشكل التالي يمثل بيان الدالة f المتصلة على $[-1, 6]$ بفرض أن $H(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$

47

* أوجد قيمة كل من :

$$H(2) = \dots\dots\dots$$

$$H'(2) = \dots\dots\dots$$

$$H''(2) = \dots\dots\dots$$

* إشارة $H(6)$ * تحصل $H(x)$ على قيمتها العظمى عند $x = \dots\dots\dots$ * القيمة الصغرى للدالة $H(x)$ هي* باستخدام الخواص بين أن $7 \leq \int_{-1}^6 \sqrt{f(x)+3} dx \leq 14$

(الإجابة :

$$\frac{\pi}{4} - 2$$

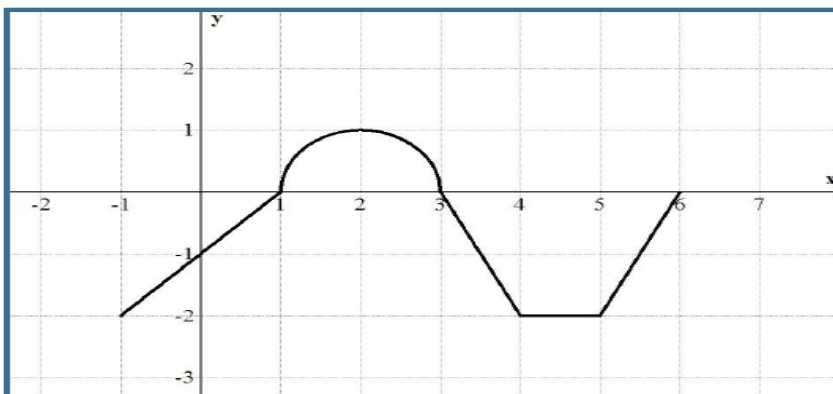
1

0

سالبة

3

1



حيث $x > 0$

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^2} dt + \int_0^{\frac{1}{x}} \frac{1}{1+t^2} dt \quad \text{إذا كانت} \quad 48$$

(الإجابة : $F'(x) = 0$)(أ) أوجد $F'(x)$

(الإجابة : حدودية ثابتة)

(ب) حدد نوع الدالة $F(x)$

$$xy' = 3x^3 + 1 \quad \text{أثبت أن} \quad y = x^3 - \int \frac{1}{t} dt + \sqrt{2} \quad \text{إذا كانت} \quad 49$$

$$50 \quad \text{أوجد} \quad \frac{dy}{dx} \quad \text{لكل مما (39)}$$

$$1) y = \int_{e^{\sqrt{x}}}^{e^{2x}} \ln t dt$$

$$2) y = \int_1^2 (2 + x^2)^4 dx$$

$$(1) 4xe^x - \frac{1}{2}$$

(الإجابة : 0) 2)

$$-3 \leq \int_0^1 (9x^2 \cos x) dx \leq 3 \quad \text{باستخدام خواص التكامل المحدد أثبت أن}$$

51

$$1 \leq \int_0^1 3x^2 \sqrt{1+x^2} dx \leq \sqrt{2} \quad \text{باستخدام خواص التكامل المحدد أثبت أن}$$

52

53

إذا كانت $f(x) \geq 6$ على الفترة $[1, 3]$ أوجد أصغر قيمة للتكامل $\int_1^3 (2f(x) - 4)dx$

(الإجابة : 16)

أوجد التكاملات التالية :

54

(الإجابة : $(a)x^2 + \frac{2}{5}\sqrt{x^5} + \frac{1}{x} + \sqrt{2}x + c$)

b) $e^{\tan x} + c$

c) $\frac{5}{2}$

d) $-\cot \pi x - \frac{1}{\pi} e^{\cot \pi x} + c$

e) $\ln|3 + \tan \theta| + c$

f) $-\cos \frac{\pi}{3} x + \tan x - x + c$

g) $e^x + \frac{1}{2} e^{2x} + c$

h) $4 \tan x - \sec x + e^{\frac{1}{x}} + c$

i) $-\ln|\cos x - \sin x| + c$

a) $\int (2x + x\sqrt{x} - \frac{1}{x^2} + \sqrt{2}) dx$

b) $\int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} dx$

$$\int_2^5 |x - 3| dx =$$

d) $\int (\pi + e^{\cot \pi x}) \csc^2 \pi x dx =$

e) $\int \frac{\sec^2 \theta}{3 + \tan \theta} d\theta =$

f) $\int \left(\frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{3} x + \tan^2 x \right) dx$

g) $\int e^x (1 + e^x) dx =$

h) $\int \left(\frac{4 - \sin x}{\cos^2 x} - \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} \right) dx =$

i) $\int \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} dx =$

$$\int \frac{(3 + \sin x)^3}{\sec x} dx \quad \text{أوجد}$$

ارشاد
استخدم التكامل بالتعويض

55

(الإجابة : $\frac{1}{4}(3 + \sin x)^4 + c$)

$$\int \frac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+1}} dx \quad \text{باستخدام التعويض أوجد}$$

56

(الإجابة : $\sqrt{x^2-6x+1} + c$)

$$\int \sqrt{x} \sec^2 \left(x^{\frac{3}{2}} - 1 \right) dx$$

استخدم التكامل بالتعويض

57

(الإجابة : $\frac{2}{3} \tan(x^{\frac{3}{2}} - 1) + c$)

$$5) \int \sqrt{x^6 - x^8} dx \quad \text{استخدم التكامل بالتعويض}$$

58

(الإجابة : $-\frac{1}{3}(1-x^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{5}(1-x^2)^{\frac{5}{2}} + c$)

$$\int_1^2 f'(2x) dx \quad \text{فأوجد} \quad f(4) = 6, \quad f(2) = 5 \quad \text{إذا كان}$$

59

(الإجابة : $\frac{1}{2}$)

$$\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}} f(\sqrt{x}) dx \quad \text{فأوجد} \quad \int_3^2 f(x) dx = 5 \quad \text{إذا كان}$$

60

(الإجابة : -10)

61 لتكن $f(x)$ دالة حيث مشتقتها الثانية $f''(x)$ متصلة على الفترة $[-1, 1]$ استخدم التكامل بالتجزئ لإثبات أن :

$$\int_{-1}^1 x f''(x) dx = f'(1) + f'(-1) - f(1) + f(-1)$$

افرض ($u = x$. $dv = f''(x)dx$)

62 باستخدام التكامل بالتجزئ أوجد : $\int x^5 \ln 3x dx$

(الإجابة : $\frac{1}{6} x^6 \ln x - \frac{1}{36} x^6 + c$)

استخدم التكامل بالتعويض والتجزئ في إيجاد

1) $\int e^{\sqrt{2x+3}} dx$

2) $\int \sin(\ln x) dx$

(1) $\sqrt{2x+3} e^{\sqrt{2x+3}} - e^{\sqrt{2x+3}} + c$

2) $\frac{1}{2} (x \sin(\ln x) - x \cos(\ln x)) + c$: الإجابة

64 إذا كانت $\frac{x^2+1}{x^2-1} = 1 + \frac{2}{x^2-1}$

استخدم الكسور الجزئية في إيجاد $\int_2^6 \frac{x^2+1}{x^2-1} dx$

(الإجابة : $x + \ln \frac{x-1}{x+1} + c$)

65 استخدم الكسور الجزئية في إيجاد $\int_2^4 \frac{1}{x^2 + 2x - 3} dx$

(الإجابة : $\frac{1}{2} \ln \frac{15}{7} \approx 0.19$)

66 استخدم الكسور الجزئية في إيجاد

1) $\int \frac{1}{x^2 (x+1)} dx$
(الإجابة : $\frac{-1}{x} + \ln \left| \frac{x+1}{x} \right| + c$)

2) $\int \frac{3x^2}{x^3+8} dx$
(الإجابة : $\ln|x+2| + \ln|x^2-2x+4| + c = \ln|x^3+8| + c$)

اكتب الدالة النسبية على الصورة $q(x) + \frac{r(x)}{h(x)}$ ، حيث درجة $r(x)$ أصغر من درجة $h(x)$ ثم أوجد

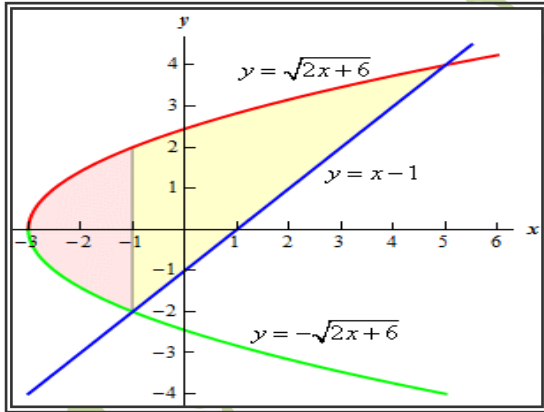
الكسور الجزئية المكافئة للكسر المركب من $\frac{r(x)}{h(x)}$. ثم أوجد التكامل احدد لكل كسر . $\frac{x^3 + 2}{x^2 - x}$

(الإجابة : $\frac{x^2}{2} + x + 3\ln|x - 1| - 2\ln|x| + c$)

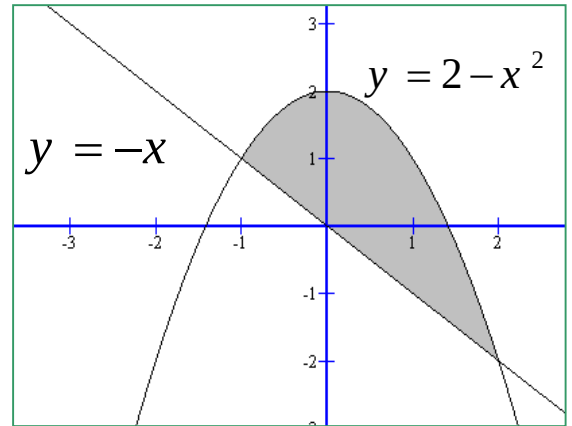
المساحات

اوجد مساحة المنطقة المظللة فيما يلي :

1)



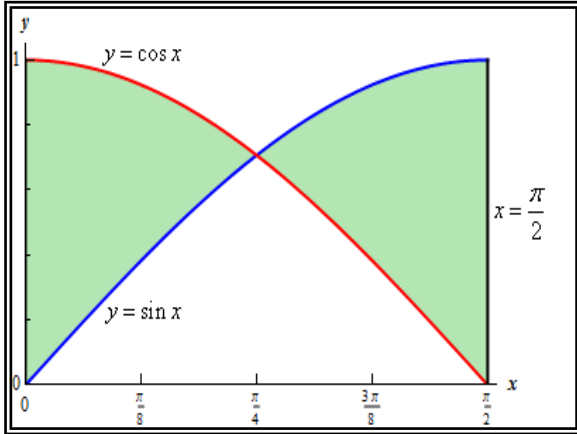
2)



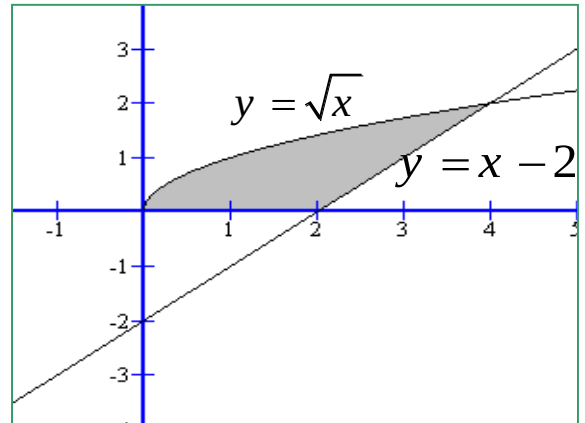
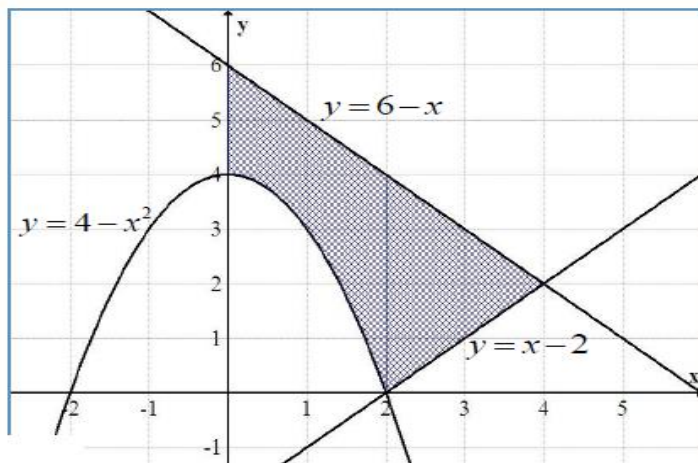
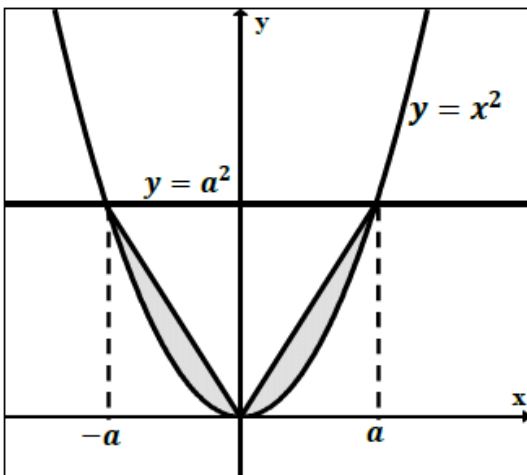
(1) الإجابة : 14

(2) الإجابة : $\frac{9}{2} = 4.5$

3)



4)

(الإجابة : $2\sqrt{2} - 2 \approx 0.83$)(الإجابة : $\frac{10}{3} \approx 3.33$)(الإجابة : $\frac{26}{3} \approx 8.67$)(الإجابة : $a = 3$)

أوجد مساحة المنطقة المظلة بالشكل المجاور :

69

الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $y = x^2$ والمستقيم $y = a^2$ أوجد قيمة a التي تجعل مساحة المنطقة المظلة تساوي 9 وحدات مربعة

70