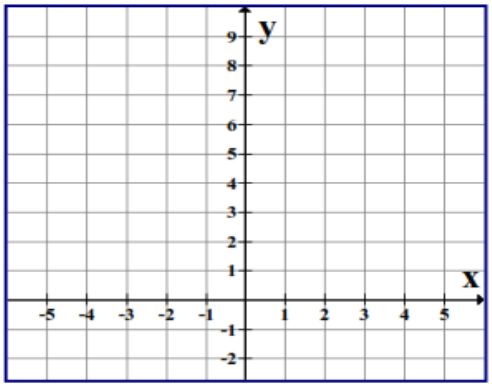


إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة على $\mathbf{R}$ وتحقق الآتي :

$f(-2)=8$, $f(0)=4$, $f(2)=0$

$f'(-2)=f'(2)=0$

$f'(x)<0$, $-2<x<2$

$f'(x)>0$, $x<-2$, $x>2$

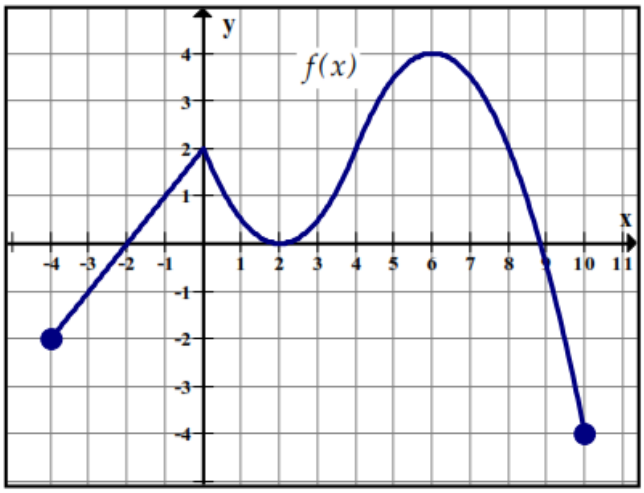
$f''(x)<0$, $x<0$

$f''(x)>0$, $x>0$

(1) ارسم منحنى الدالة $f(x)$.

(2) عين فترات التقعر للأعلى وفترات التقعر للأسفل لمنحنى الدالة f ونقاط الانقلاب .

الشكل التالي يمثل بيان الدالة $f(x)$ المتصلة على الفترة $[-4,10]$



اوجـــــــد :

(1) مجموعة قيم x التي تكون للدالة عندها نقاط حرجة .

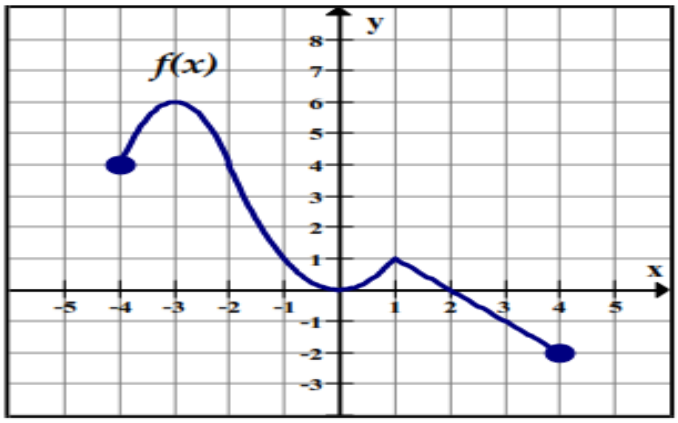
(2) الفترات التي تكو عندها الدالة متزايدة .

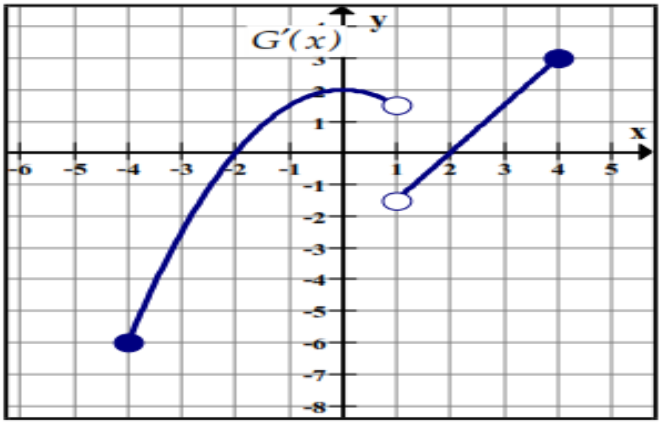
(3) قيمة x التي يوجد للدالة عندها قيمة صغرى مطلقة

(4) فترات تقعر منحنى الدالة لأعلى

(5) إحدى قيم x التي تكون عندها كلا من المشتقة الأولى والمشتقة الثانية سالبتين معاً .

لتكن $f(x)$ ، $G(x)$ دالتان متصلتان على $[-4, 4]$
فيما يلي بيان كل من $f(x)$ ، $G'(x)$





اعتمد على البيانات السابقة في تكملة الجدول التالي :

	$f(x)$	$G(x)$
(1) مجموعة النقاط الحرجة للدالة هي	.....	.....
(2) الفترات التي تكون عليها الدالة متناقصة	.....	.....
(3) للدالة قيمة صغرى محلية عند x تساوي	.....	.....
(4) فترات تقعر منحنى الدالة لأسفل هي	.....	.....
(5) إحدى نقاط الانعطاف للدالة هي	.....	.....

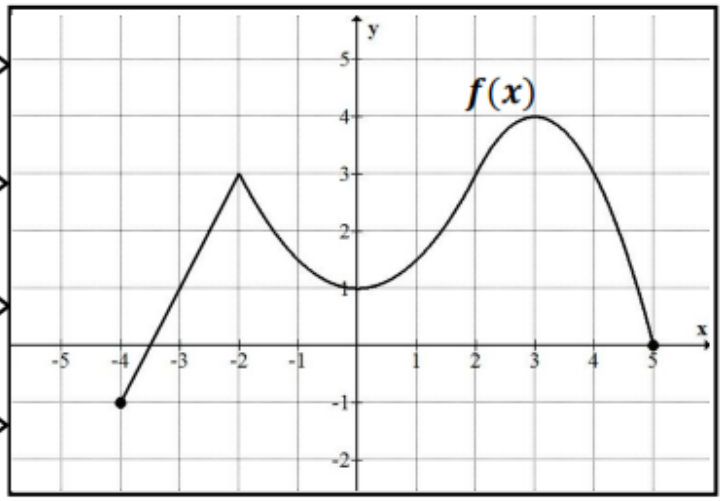
(6) إشارة المقدار $G(-3) - G(-2)$ هي .....

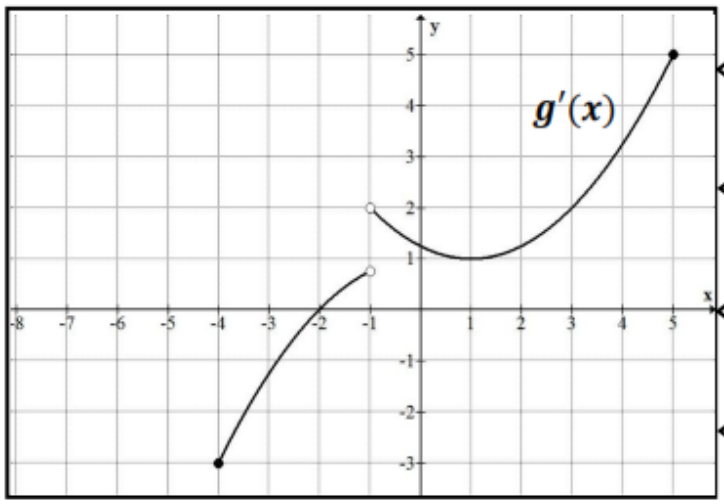
مجموعة النقاط الحرجة للدالة هي .....

الفترات التي تكون عندها الدالة متزايدة هي .....

الفترات التي تكون عندها الدالة متناقصة هي .....

للدالة قيمة عظمى محلية عند x تساوي .....





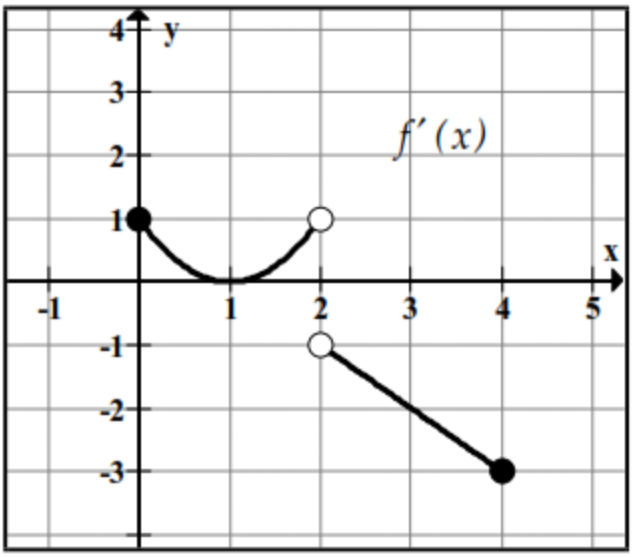
الفترات التي تكون عندها الدالة متزايدة هي .....

للدالة قيمة صغرى محلية عند x تساوي .....

فترات تقعر منحنى الدالة لأسفل هي .....

نقاط الإنقلاب للدالة هي .....

إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على $[0\ ,\ 4]$ والمخطط التالي يمثل بيان $f'(x)$ على مجالهـــــا .



(1) النقاط الحرجة

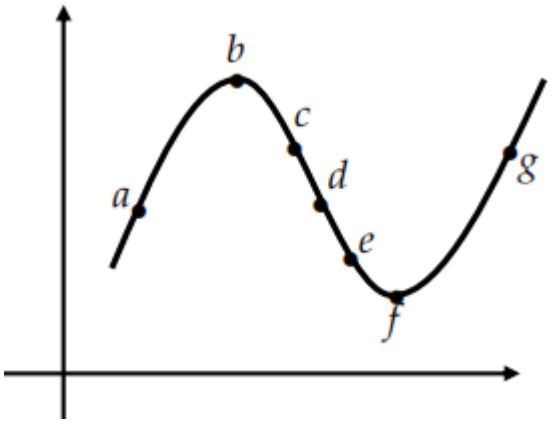
(2) فترات التزايد وفترات التناقص للدالة $f(x)$

(3) قيم x التي تبلغ عندها الدالة $f(x)$ قيم قصوى محلية ثم حدد نوعها

(4) أوجد قيمة $f''(1)$

(5) هل لمنحنى الدالة $f(x)$ نقطة انعطاف عند $x=1$ ؟ ولماذا ؟

الرسم المجاور للدالة $f(x)$ حدد النقاط التي يتوفر فيها كل من الشروط التالية :



$f'' > 0 \quad , \quad f' > 0$

$f'' < 0 \quad , \quad f' > 0$

$f'' < 0 \quad , \quad f' < 0$

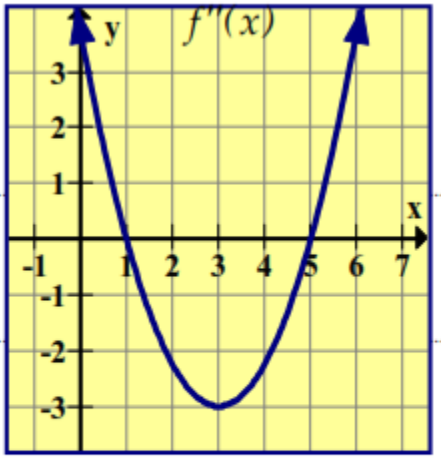
$f'' > 0 \quad , \quad f' < 0$

$f'' > 0 \quad , \quad f' = 0$

$f'' < 0 \quad , \quad f' = 0$

$f'' = 0 \quad , \quad f' < 0$

(ثالثاً) : الرسم المجاور للدالة $f''(x)$ المعرفة على IR



أوجـــــد :

(13) التقعـــر لأسفل للدالة $f(x)$

(14) التقعـــر لأعلى للدالة $f(x)$

(15) أوجد نقاط الانعطاف للدالة $f(x)$

(16) أين يوجد قيمة صغرى محلية أو قيمة عظمى محلية للدالة $f'(x)$

بفرض أن $f(x)$ دالة حدودية والارتباط بين f' و f'' يحققه الجدول التالي :

x	-2	-1	$\frac{-1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$f'(x)$	45	9	0	-3	0	9	45
$f''(x)$	-48	-24	-12	0	12	24	48

مستعيناً بالجدول السابق :

أوجـــد النقاط الحرجة للدالـــــة $f(x)$

حـــدد فترات التزايد وفترات التناقص للدالة $f(x)$

أوجـــد قيم x التي يوجـــد عندها قيم قصوى محلية وبين نوعها .

حـــدد فتـــــرات تقعر المنحنى للأعلى وفترات تقعر المنحنى للأسفل .

أوجـــــــد نقـــــاط الانعطـــــاف .

---

f دالة متصلة على الفترة $[0,3]$ وتحقق الآتـــــــــــي :

x	0	1	2	3
f	0	2	0	-2
f'	3	0	غير موجودة	-3
f''	0	-1	غير موجودة	0

x	$0<x<1$	$1<x<2$	$2<x<3$
f	+	+	−
f'	+	−	−
f''	−	−	−

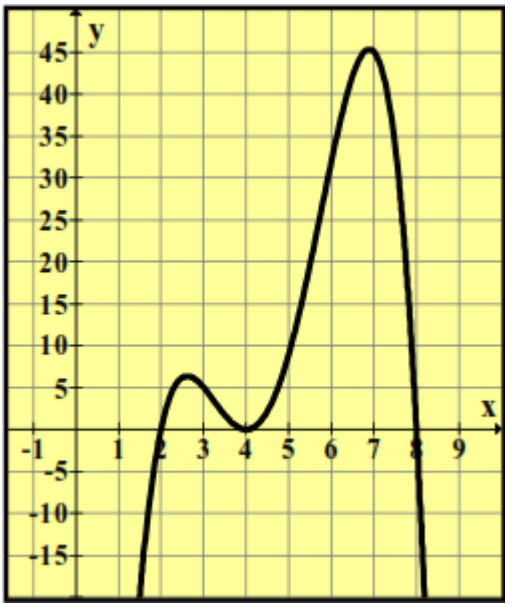
أوجـــد النقاط الحرجة للدالـــــة $f(x)$

حـــدد فترات التزايد وفترات التناقص للدالة $f(x)$

أوجد القيم القصوى المطلقة لـــ f وقيم x المقابلة .

حـــدد فتـــــرات تقعر المنحنى للأعلى وفترات تقعر المنحنى للأسفل .

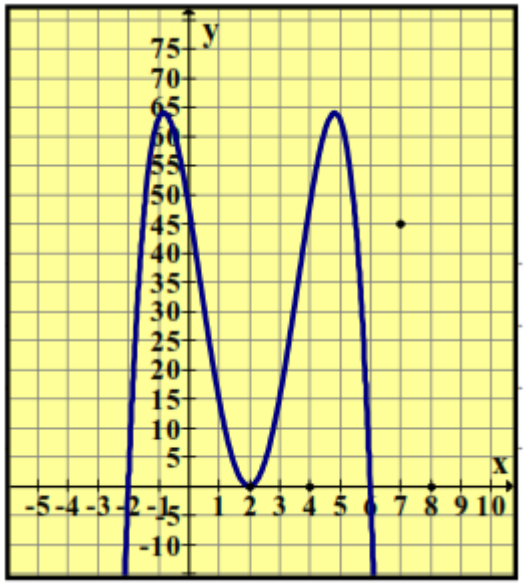
أوجـــــــد نقـــــاط الانعطـــــاف .



إذا علمت أن $f(x)$ دالة قابلة للإشتقاق مرتين على مجالها $(0,\infty)$
والرسم المجاور يمثل بيان $f''(x)$ (المشتقة الثانية للدالة $f(x)$)

- أوجد الفترات التي يكون فيها منحنى الدالة $f(x)$ مقعراً نحو الأعلى .
- حـــدد قيم x التي تكون للدالة $f(x)$ عندها نقاط انعطاف | برر اجابتك .
- هل يوجد قيمة صغرى محلية للدالة $f'(x)$ ؟

إذا كان الجواب (نعم) ما هو الإحداثي السيني لها ؟ وإن كان (لا) برر اجابتك .



إذا علمت أن $f(x)$ دالة قابلة للإشتقاق مرتين على مجالها $(0,\infty)$
والرسم المجاور يمثل بيان $f''(x)$ (المشتقة الثانية للدالة $f(x)$)

أوجد الفترات التي يكون فيها منحنى الدالة $f(x)$ مقعراً نحو الأعلى .

حـــدد قيم x التي تكون للدالة $f(x)$ عندها نقاط انعطاف برر اجابتك .

هل يوجد قيمة صغرى محلية للدالة $f'(x)$ ؟

إذا كان الجواب (نعم) ما هو الإحداثي السيني لها ؟ وإن كان (لا) برر اجابتك .

إذا كانت $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$ استخدم طرقـــاً تحليلية (جبرية) لإيجـــاد :

النقاط الحرجة للدالة f .

فترات التزايد وفترات التناقص للدالة f .

القيم القصوى المحلية للدالة f .

$f(x)=x^3-6x^2$

$f'(x)=$ .....

$f''(x)=$ .....

مجموعة قيم x التي تكون للدالة عندها نقاط حرجة

.....

.....

مجموعة قيم x التي تكون للدالة عندها نقاط حرجة

.....

.....

الفترات	.....	.....	.....
إشارة $f''(x)$	.....	.....	.....
سلوك $f(x)$	.....	.....	.....

الفترات	.....	.....	.....
إشارة $f''(x)$	.....	.....	.....
سلوك $f(x)$	.....	.....	.....

يوجد قيمة عظمى محلية عند x تساوي .....

يوجد قيمة صغرى محلية عند x تساوي .....

يوجد نقطة انقلاب للدالة عند x تساوي.....

لتكن $g(x)=\begin{cases} x^2-2x & , \quad x<2 \\ 4x^3 & , \quad x\geq 2 \end{cases}$ ، والدالة غير متصلة عند $x=2$

أوجد قيمة b , c التي تجعل الدالة $f(x)=x^2+bx+c$ قيمة صغرى محلية عند $x=1$ وقيمتها (-1)

إذا كان للدالة $f(x)$ قيمة صغرى محلية عند $x=1$ وكانت $f'(x)=\dfrac{(x^2+1)(x-a)}{x^4+1}$

فأوجـــــــــد قيمة a

إذا كانت $f(x)=x^3+ax^2+bx$ لها قيمة عظمى محلية عند $x=-1$ وصغرى محلية عند $x=3$

أوجد قيمة الثوابت a , b

إذا كانت $f(x)=x^3+ax^2+bx$ لها قيمة صغرى محلية عند $x=4$ ، $f''(1)=0$

أوجد قيمة الثوابت a , b

إذا كانت $f(x)=x^2+\frac{a}{x}$ لها قيمة صغرى محلية عند $x=2$ أوجد قيمة a

استخدم اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى المحلية للدالة .

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x$$

لتكن : $f(x) = x^2 + 3x - 1$

اثبت إن الدالة تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-3,1]$

اوجـــــد قيمة c في الفترة $(-3,1)$ حيث $f'(c) = \frac{f(1) - f(-3)}{4}$

إذا كانت $N(x) = 4 - x + \sin x$ حيث x تقع في الفترة $[-p, p]$

أثبت أن الدالة $N(x)$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة للمشتقات على الفترة $[-p, p]$

أوجد أحد قيم c في الفترة $(-p, p)$ والتي تحقق المعادلة :

$$N'(c) = \frac{N(p) - N(-p)}{2p}$$

ثالثاً :3) لتكن $f(x)$ ، $g(x)$ دالتين متصلتين على الفترة $[\,3\,,5\,]$ وقابلتين للاشتقاق على الفترة$(3\,,5\,)$.
إذا كانت $g'(x) \neq 0$ على الفترة $(\,3\,,5\,)$. باستخدام نظرية القيمة المتوسطة والجدول التالي :

x	3	5
$f(x)$	1	2
$g(x)$	4	7

أثبت أنه يوجد ثابتان $c_1\,,c_2$ ينتميان للفترة $(\,3\,,5\,)$ بحيث أن : $g'(c_2) = 3f'(c_1)$

بفرض أن $f(x)$ دالة متصلة على الفترة $[\,2\,,5\,]$ وقابلة للاشتقاق على الفترة $(\,2\,,5\,)$

أجب عن ما يلي .

هل $f(x)$ تحقق نظرية القيمـــة المتوســـطة ؟

وإذا كانت $2 \le f'(x) \le 5$ من أجل جميع قيم x فـــي الفتـــــرة $(\,2\,,5\,)$.

أثبت أن $6 \le f(5) - f(2) \le 15$

أثبت أن الدالة f لا تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة المعطـــــاة

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & ,x > 2 \\ 5x - 1 & ,x \le 2 \end{cases} \quad , \quad [\,0\,,3\,]$$

إذا كانت $f(x)=\sqrt{x^2-9}$ حيث $x\in[3,b]$ و كانت c التي تعنيها نظرية القيمة المتوسطة للدالة f في الفترة $[3,b]$ هي 5 , فجد قيمة الثابت b .

---

(8) النقاط الحرجة للدالة $f(x)$ هي

.....

(9) فترات التزايد لمنحنى الدالة $f(x)$ هي

.....

(10)قيم x التي يوجد عندها للدالة $f(x)$ قيمة صغرى محلية .....

(11) الفترات التي يكون عليها منحنى $f(x)$ مقعرا للأسفل هي .....

(12) نقاط الانقلاب لمنحنى $f(x)$ هي

.....

(13) أيهما أكبر $f(2)$ أم $f(3)$ فسر.

.....

(14) لتكن $h(x)=f'(x)$ وكانت $h(x)$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0,4]$ فما قيمة c الناتجة من تلك النظرية ؟

.....