$\frac{1}{2}\cot\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}$ ميل و $\left(\sec^2\left(-\frac{\pi}{4}\right) - 1\right)$. $\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = (1, -1)$ عند النقطة

$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ أو $y = -\frac{1}{2}(x-1) - 1$ معادلة

(27) $\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\sec t = \sec t \tan t$

$\frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}\tan t = \sec^2 t$

$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\sec^2 t}{\sec t \tan t} = \frac{\sec t}{\tan t} = \frac{1}{\sin t} = \csc t$

$\csc\frac{\pi}{6} = 2$ ميل و $\left(\sec\frac{\pi}{6}, \tan\frac{\pi}{6}\right) = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ عند النقطة

$y = 2x - \sqrt{3}$ أو $y = 2\left(x - \frac{2}{\sqrt{3}}\right) + \frac{1}{\sqrt{3}}$ معادلة

(28) $\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}t = 1$

$\frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}\sqrt{t} = \frac{1}{2\sqrt{t}}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{1/(2\sqrt{t})}{1} = \frac{1}{2\sqrt{t}}$

$\frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{4}}} = 1$ ميل و $\left(\frac{1}{4}, \sqrt{\frac{1}{4}}\right) = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$ عند النقطة

$y = x + \frac{1}{4}$ أو $y = 1\left(x - \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2}$ معادلة

(29) $\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(t - \sin t) = 1 - \cos t$

$\frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(1 - \cos t) = \sin t$

$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\sin t}{1 - \cos t}$

$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)}{1 - \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)} = \sqrt{3}$ ميل و $\left(\frac{\pi}{3} - \sin\frac{\pi}{3}, 1 - \cos\frac{\pi}{3}\right) = \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ عند النقطة

$y = \sqrt{3}x + 2 - \frac{\pi}{\sqrt{3}}$ أو $y = \sqrt{3}\left(x - \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \frac{1}{2}$ معادلة

$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(t^2 + t) = 2t + 1$

$\frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}\sin t = \cos t$

$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\cos t}{2t + 1}$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

(22) $f'(u) = \frac{d}{du}\left(\cot\frac{\pi u}{10}\right) = -\csc^2\left(\frac{\pi u}{10}\right)\frac{d}{du}\left(\frac{\pi u}{10}\right)$

$= -\frac{\pi}{10}\csc^2\left(\frac{\pi u}{10}\right)$

$g'(x) = \frac{d}{dx}(5\sqrt{x}) = \frac{5}{2\sqrt{x}}$

$(f\cdot g)'(1) = f'(g(1))g'(1) = f'(5)g'(1)$

$= -\frac{\pi}{10}\left[\csc^2\left(\frac{\pi}{2}\right)\right]\left(\frac{5}{2}\right)$

$= -\frac{\pi}{10}(1)\left(\frac{5}{2}\right) = -\frac{\pi}{4}$

(23) $f'(u) = \frac{d}{du}\left(\frac{u-1}{u+1}\right)^2 = 2\left(\frac{u-1}{u+1}\right)\frac{d}{du}\left(\frac{u-1}{u+1}\right)$

$= 2\left(\frac{u-1}{u+1}\right)\frac{(u+1)\frac{d}{du}(u-1) - (u-1)\frac{d}{du}(u+1)}{(u+1)^2} = \frac{4(u-1)}{(u+1)^3}$

$g'(x) = \frac{d}{dx}(x^{-2} - 1) = -2x^{-3}$

$(f\cdot g)'(-1) = f'(g(-1))g'(-1) = f'(0)g'(+1) = (-4)(2) = -8$

(24) (a) $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}$

$= \frac{d}{du}\sin(u+1)\frac{d}{dx}(x^2) = \cos(u+1)(1)2x$

$= 2x\cos(u+1) = 2x\cos(x^2+1)$

(b) $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\frac{du}{dx}$

$= \frac{d}{du}(\sin u)\frac{d}{dx}(x^2+1) = (\cos u)(2x)$

$= 2x\cos u = 2x\cos(x^2+1)$

(25) $\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(2\cos t) = -2\sin t$

$\frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(2\sin t) = 2\cos t$

$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2\cos t}{-2\sin t} = -\cot t$

$-\cot\frac{\pi}{4} = -1$ ،ل $\left(2\cos\frac{\pi}{4}, 2\sin\frac{\pi}{4}\right) = (\sqrt{2}, \sqrt{2})$

$y = -x + 2\sqrt{2}$ ،أ $y = -(x-\sqrt{2}) + \sqrt{2}$

(26) $\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(\sec^2 t - 1) = (2\sec t)\frac{d}{dt}(\sec t) = (2\sec t)(\sec t\tan t) = 2\sec^2 t\tan t$

$\frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}\tan t = \sec^2 t$

$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\sec^2 t}{2\sec^2 t\tan t} = \frac{1}{2}\cot t$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

(16) $\frac{dr}{d\theta} = \frac{d}{d\theta}\tan(2-\theta) = \sec^2(2-\theta)\frac{d}{d\theta}(2-\theta)$

$= \sec^2(2-\theta)(-1) = -\sec^2(2-\theta)$

(17) $\frac{dr}{d\theta} = \frac{d}{d\theta}(2\theta\sqrt{\sec\theta})$

$= (2\theta)\frac{d}{d\theta}(\sqrt{\sec\theta}) + (\sqrt{\sec\theta})\frac{d}{d\theta}(2\theta)$

$= (2\theta)\left(\frac{1}{2\sqrt{\sec\theta}}\right)\frac{d}{d\theta}(\sec\theta) + 2\sqrt{\sec\theta}$

$= (2\theta)\left(\frac{1}{2\sqrt{\sec\theta}}\right)(\sec\theta\tan\theta) + 2\sqrt{\sec\theta}$

$= \theta(\sqrt{\sec\theta})(\tan\theta) + 2\sqrt{\sec\theta} = \sqrt{\sec\theta}(\theta\tan\theta + 2)$

(18) $y' = \frac{d}{dx}\tan x = \sec^2 x$

$y'' = \frac{d}{dx}\sec^2 x = (2\sec x)\frac{d}{dx}(\sec x)$

$= (2\sec x)(\sec x\tan x)$

$= 2\sec^2 x\tan x$

(19) $y' = \frac{d}{dx}\cot x = -\csc^2 x$

$y'' = \frac{d}{dx}(-\csc^2 x) = (-2\csc x)\frac{d}{dx}(\csc x)$

$= (-2\csc x)(-\csc x\cot x) = 2\csc^2 x\cot x$

(20) $y' = \frac{d}{dx}\left[9\tan\left(\frac{x}{3}\right)\right] = 9\sec^2\left(\frac{x}{3}\right)\frac{d}{dx}\left(\frac{x}{3}\right)$

$= 3\sec^2\left(\frac{x}{3}\right)$

$y'' = \frac{d}{dx}\left[3\sec^2\left(\frac{x}{3}\right)\right] = 3\left[2\sec\left(\frac{x}{3}\right)\right]\frac{d}{dx}\sec\left(\frac{x}{3}\right)$

$= 6\left[\sec\left(\frac{x}{3}\right)\right]\left[\sec\left(\frac{x}{3}\right)\tan\left(\frac{x}{3}\right)\right]\frac{d}{dx}\left(\frac{x}{3}\right) = 2\sec^2\left(\frac{x}{3}\right)\tan\left(\frac{x}{3}\right)$

(21) $f'(u) = \frac{d}{du}(1-u^{-1}) = u^{-2} = \frac{1}{u^2}$

$g'(x) = \frac{d}{dx}(1-x)^{-1} = -(1-x)^{-2}\frac{d}{dx}(1-x)$

$= -(1-x)^{-2}(-1) = \frac{1}{(1-x)^2}$

$(f\circ g)'(-1) = f'(g(-1))g'(-1) = f'\left(\frac{1}{2}\right)g'(-1) = (4)\left(\frac{1}{4}\right) = 1$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

(10) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{3}{\sqrt{2x+1}}\right)$

$= \frac{(\sqrt{2x+1})\frac{d}{dx}(3) - 3\frac{d}{dx}(\sqrt{2x+1})}{(\sqrt{2x+1})^2}$

$= \frac{(\sqrt{2x+1})(0) - 3\left(\frac{1}{2\sqrt{2x+1}}\right)\frac{d}{dx}(2x+1)}{2x+1}$

$= \frac{-3\left(\frac{1}{2\sqrt{2x+1}}\right)(2)}{2x+1} = -\frac{3}{(2x+1)\sqrt{2x+1}} = -3(2x+1)^{-3/2}$

(11) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(1+\cos 2x)^2 = 2(1+\cos 2x)\frac{d}{dx}(1+\cos 2x)$

$= 2(1+\cos 2x)(-\sin 2x)\frac{d}{dx}(2x)$

$= 2(1+\cos 2x)(-\sin 2x)(2) = -4(1+\cos 2x)(\sin 2x)$

(12) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(\sqrt{\tan 5x}) = \frac{1}{2\sqrt{\tan 5x}}\frac{d}{dx}\tan 5x$

$= \frac{1}{2\sqrt{\tan 5x}}(\sec^2 5x)\frac{d}{dx}(5x)$

$= \frac{1}{2\sqrt{\tan 5x}}(\sec^2 5x)(5) = \frac{5\sec^2 5x}{2\sqrt{\tan 5x}} = \frac{5}{2}(\tan 5x)^{-1/2}\sec^2 5x$

(13) $\frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}\cos\left(\frac{\pi}{2} - 3t\right)$

$= \left[-\sin\left(\frac{\pi}{2} - 3t\right)\right]\frac{d}{dt}\left(\frac{\pi}{2} - 3t\right)$

$= \left[-\sin\left(\frac{\pi}{2} - 3t\right)\right](-3) = 3\sin\left(\frac{\pi}{2} - 3t\right)$

(14) $\frac{dr}{dt} = \frac{d}{dt}[t\cos(\pi - 4t)]$

$= (t)\frac{d}{dt}[\cos(\pi - 4t)] + \cos(\pi - 4t)\frac{d}{dt}(t)$

$= t[-\sin(\pi - 4t)]\frac{d}{dt}(\pi - 4t) + \cos(\pi - 4t)(1)$

$= t[-\sin(\pi - 4t)](-4) + \cos(\pi - 4t)$

$= 4t\sin(\pi - 4t) + \cos(\pi - 4t)$

(15) $\frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{4}{3\pi}\sin 3t + \frac{4}{5\pi}\cos 5t\right)$

$= \frac{4}{3\pi}(\cos 3t)\frac{d}{dt}(3t) + \frac{4}{5\pi}(-\sin 5t)\frac{d}{dt}(5t)$

$= \frac{4}{3\pi}(\cos 3t)(3) + \frac{4}{5\pi}(-\sin 5t)(5)$

$= \frac{4}{\pi}\cos 3t - \frac{4}{\pi}\sin 5t$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

إجابات المجموعة B

(1) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\sin(7-5x) = [\cos(7-5x)]\frac{d}{dx}(7-5x) = [\cos(7-5x)](-5) = -5\cos(7-5x)$

(2) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\cos(\sqrt{3}x) = [-\sin(\sqrt{3}x)]\frac{d}{dx}(\sqrt{3}x) = [-\sin(\sqrt{3}x)](\sqrt{3}) = -\sqrt{3}\sin(\sqrt{3}x)$

(3) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left[5\cot\left(\frac{2}{x}\right)\right] = \left[-5\csc^2\left(\frac{2}{x}\right)\right]\frac{d}{dx}(2x^{-1}) = \left[-5\csc^2\left(\frac{2}{x}\right)\right](-2x^{-2}) = \frac{10}{x^2}\csc^2\left(\frac{2}{x}\right)$

(4) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)^2 = 2\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)\frac{d}{dx}\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)$

$= 2\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)\left(\frac{(1+\cos x)\frac{d}{dx}\sin x - \sin x\frac{d}{dx}(1+\cos x)}{(1+\cos x)^2}\right)$

$= 2\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)\left(\frac{(1+\cos x)(\cos x) - \sin x(-\sin x)}{(1+\cos x)^2}\right)$

$= 2\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)\left(\frac{\cos x + \cos^2 x + \sin^2 x}{(1+\cos x)^2}\right)$

$= 2\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)\left(\frac{1+\cos x}{(1+\cos x)^2}\right)$

$= 2\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)\left(\frac{1}{1+\cos x}\right) = \frac{2\sin x}{(1+\cos x)^2}$

(5) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\cos(\sin x) = [-\sin(\sin x)]\frac{d}{dx}(\sin x) = -\sin(\sin x)\cos x$

(6) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x+\sqrt{x})^{-2} = -2(x+\sqrt{x})^{-3}\frac{d}{dx}(x+\sqrt{x}) = -2(x+\sqrt{x})^{-3}\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$

(7) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(\sin^{-5}x - \cos^3 x)$

$= (-5\sin^{-6}x)\frac{d}{dx}(\sin x) - (3\cos^2 x)\frac{d}{dx}(\cos x) = -5\sin^{-6}x\cos x + 3\cos^2 x\sin x$

(8) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left[x^3(2x-5)^4\right]$

$= (x^3)\frac{d}{dx}(2x-5)^4 + (2x-5)^4\frac{d}{dx}(x^3)$

$= (x^3)(4)(2x-5)^3\frac{d}{dx}(2x-5) + (2x-5)^4(3x^2)$

$= (x^3)(4)(2x-5)^3(2) + 3x^2(2x-5)^4 = 8x^3(2x-5)^3 + 3x^2(2x-5)^4$

$= x^2(2x-5)^3[8x + 3(2x-5)] = x^2(2x-5)^3(14x-15)$

(9) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(\sin^3 x\tan 4x)$

$= (\sin^3 x)\frac{d}{dx}(\tan 4x) + (\tan 4x)\frac{d}{dx}(\sin^3 x)$

$= (\sin^3 x)(\sec^2 4x)\frac{d}{dx}(4x) + (\tan 4x)(3\sin^2 x)\frac{d}{dx}(\sin x)$

$= (\sin^3 x)(\sec^2 4x)(4) + (\tan 4x)(3\sin^2 x)(\cos x) = 4\sin^3 x\sec^2 4x + 3\sin^2 x\cos x\tan 4x$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

$2xdx + xdy + ydx - 2ydy = 0$ (25)

$\frac{dy}{dx} = \frac{2x+y}{2y-x} = y'$

(أ) ميل المماس عند $(2,3)$ هو، $\frac{7}{4}$

معادلته، $y = 3 + \frac{7}{4}(x-2)$

$y = \frac{7}{4}x - \frac{1}{2}$

(ب) الخط العمودي، $y = -\frac{4}{7}(x-2) + 3$

$y = -\frac{4}{7}x + \frac{29}{7}$

$2xdx + 2ydy = 0$ (26)

$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y} = y'$

(أ) ميل المماس عند $(3,-4)$ هو، $\frac{3}{4}$

معادلته، $y = -4 + \frac{3}{4}(x-3)$

$y = \frac{3}{4}x - \frac{25}{4}$

(ب) الخط العمودي، $y = -\frac{4}{3}(x-3) - 4$

$y = -\frac{4}{3}x$

$x^2(2y)dy + y^2(2x)dx = 0$ (27)

$\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x} = y'$

(أ) ميل المماس عند $(-1,3)$ هو، 3

معادلته، $y = 3(x+1) + 3$

$y = 3x + 6$

(ب) الخط العمودي، $y = -\frac{1}{3}(x+1) + 3$

$y = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

(24) (a) $\frac{d}{dx}[2f(x)] = 2f'(x)$

$2f'(2) = 2\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$ عند $x = 2$

(b) $\frac{d}{dx}[f(x) + g(x)] = f'(x) + g'(x)$

$f'(3) + g'(3) = 2\pi + 5$ عند $x = 3$

(c) $\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f(x)g'(x) + g(x)f'(x)$

$f(3)g'(3) + g(3)f'(3) = (3)(5) + (-4)(2\pi)$ عند $x = 3$
$= 15 - 8\pi$

(d) $\frac{d}{dx}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

$\frac{g(2)f'(2) - f(2)g'(2)}{[g(2)]^2} = \frac{(2)\left(\frac{1}{3}\right) - (8)(-3)}{(2)^2}$ عند $x = 2$

$= \frac{\frac{74}{3}}{4} = \frac{37}{6}$

(e) $\frac{d}{dx}f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$

$f'(g(2))g'(2) = f'(2)g'(2) = \left(\frac{1}{3}\right)(-3) = -1$ عند $x = 2$

(f) $\frac{d}{dx}\sqrt{f(x)} = \frac{1}{2\sqrt{f(x)}}\frac{d}{dx}f(x) = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$

$\frac{f'(2)}{2\sqrt{f(2)}} = \frac{\frac{1}{3}}{2\sqrt{8}} = \frac{1}{6(2\sqrt{2})} = \frac{1}{12\sqrt{2}}$ عند $x = 2$

(g) $\frac{d}{dx}\frac{1}{g^2(x)} = \frac{d}{dx}[g(x)]^{-2} = -2[g(x)]^{-3}\frac{d}{dx}g(x) = -\frac{2g'(x)}{[g(x)]^3}$

$-\frac{2g'(3)}{[g(3)]^3} = -\frac{2(5)}{(-4)^3} = -\frac{10}{-64} = \frac{5}{32}$ عند $x = 3$

(h) $\frac{d}{dx}\sqrt{f^2(x) + g^2(x)} = \frac{1}{2\sqrt{f^2(x) + g^2(x)}}\frac{d}{dx}[f^2(x) + g^2(x)]$

$= \frac{1}{2\sqrt{f^2(x) + g^2(x)}}\left[2f(x)\frac{d}{dx}f(x) + 2g(x)\frac{d}{dx}g(x)\right] = \frac{f(x)f'(x) + g(x)g'(x)}{\sqrt{f^2(x) + g^2(x)}}$

$\frac{f(2)f'(2) + g(2)g'(2)}{\sqrt{f^2(2) + g^2(2)}} = \frac{(8)\left(\frac{1}{3}\right) + (2)(-3)}{\sqrt{8^2 + 2^2}}$ عند $x = 2$

$= \frac{-\frac{10}{3}}{\sqrt{68}} = -\frac{\frac{10}{3}}{2\sqrt{17}} = -\frac{5}{3\sqrt{17}}$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

(20)
$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(\sin 2\pi t) = (\cos 2\pi t)\frac{d}{dt}(2\pi t) = 2\pi \cos 2\pi t$$
$$\frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(\cos 2\pi t) = (-\sin 2\pi t)\frac{d}{dt}(2\pi t) = -2\pi \sin 2\pi t$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{-2\pi \sin 2\pi t}{-2\pi \cos 2\pi t} = -\tan 2\pi t$$

يمر الخط عبر $\left(\sin\frac{2\pi}{-6}, \cos\frac{2\pi}{-6}\right) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ وله ميل $-\tan\frac{2\pi}{6} = \sqrt{3}$.

معادلته هي $y = \sqrt{3}\left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \frac{1}{2}$

$$y = \sqrt{3}x + 2$$

(21)
$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(2t^3 + 3) = 4t$$
$$\frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(t^4) = 4t^3$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{4t^3}{4t} = t^2$$

يمر الخط عبر $\left(2(-1)^2 + 3, (-1)^4\right) = (5, 1)$ وله ميل $(-1)^2 = 1$.

معادلته هي $y = 1(x - 5) + 1$

$$y = x - 4$$

(22)
$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\cos t = -\sin t$$
$$\frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(1 + \sin t) = \cos t$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\cos t}{-\sin t} = -\cot t$$

يمر الخط عبر $\left(\cos\frac{\pi}{2}, 1 + \sin\frac{\pi}{2}\right) = (0, 2)$ وله ميل $-\cot\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

معادلته هي $y = 2$

نصف القطر عبر $(0, 0)$ و$(2\cos t, 2\sin t)$ وله ميل يُعطى بـ $\tan t$. لكن ميل خط المماس هو

$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2\cos t}{-2\sin t}$ وهو معكوس سالب لخط المماس حيث $m_1 \times m_2 = -1$. هذا يعني أن نصف

خط المماس عموديان.

الزمان السابق قيمته عندما تكون $t = \frac{k\pi}{2}$، حيث k هي عدد صحيح. عند هذه القيم كل من نصف القطر هو

خط المماس أفقي. إذًا النتيجة لا تزال مقبولة)

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

(17) $f'(u) = \frac{d}{du}\left[u + (\cos u)^{-2}\right]$

$= 1 - 2(\cos u)^{-3}\frac{d}{du}\cos u$

$= 1 + \frac{2\sin u}{\cos^3 u}$

$g'(x) = \frac{d}{dx}(\pi x) = \pi$

$(f \cdot g)'\left(\frac{1}{4}\right) = f'\left(g\left(\frac{1}{4}\right)\right)g'\left(\frac{1}{4}\right)$

$= f'\left(\frac{\pi}{4}\right)g'\left(\frac{1}{4}\right)$

$= f'\left(\frac{\pi}{4}\right)g'\left(\frac{1}{4}\right)$

$= \left(1 + \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{2\sqrt{2}}}\right)(\pi)$

$= 5\pi$

(18) $f'(u) = \frac{d}{du}\frac{2u}{u^2+1} = \frac{(u^2+1)\frac{d}{du}(2u) - (2u)\frac{d}{du}(u^2+1)}{(u^2+1)^2}$

$= \frac{(u^2+1)(2) - (2u)(2u)}{(u^2+1)^2} = \frac{-2u^2+2}{(u^2+1)^2}$

$g'(x) = \frac{d}{dx}(10x^2 + x + 1) = 20x + 1$

$(f \cdot g)'(0) = f'(g(0))g'(0) = f'(1)g'(0) = (0)(1) = 0$

(19) (a) $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\frac{du}{dx}$

$= \frac{d}{du}(\cos u)\frac{d}{dx}(6x + 2)$

$= (-\sin u)(6)$

$= -6\sin u = -6\sin(6x + 2)$

(b) $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\frac{du}{dx}$

$= \frac{d}{du}(\cos 2u)\frac{d}{dx}(3x + 1)$

$= (-\sin 2u)(2)(3)$

$= -6\sin 2u$

$= -6\sin(6x + 2)$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

(12) $\frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\sin\left(\frac{3\pi}{2}t\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{4}t\right)\right]$

$= \cos\left(\frac{3\pi}{2}t\right)\frac{d}{dt}\left(\frac{3\pi}{2}t\right) - \sin\left(\frac{7\pi}{4}t\right)\frac{d}{dt}\left(\frac{7\pi}{4}t\right)$

$= \frac{3\pi}{2}\cos\left(\frac{3\pi}{2}t\right) - \frac{7\pi}{4}\sin\left(\frac{7\pi}{4}t\right)$

(13) $\frac{dr}{d\theta} = \frac{d}{d\theta}(\sec 2\theta \tan 2\theta)$

$= (\sec 2\theta)\frac{d}{d\theta}(\tan 2\theta) + (\tan 2\theta)\frac{d}{d\theta}(\sec 2\theta)$

$= (\sec 2\theta)(\sec^2 2\theta)\frac{d}{d\theta}(2\theta) + (\tan 2\theta)(\sec 2\theta \tan 2\theta)\frac{d}{d\theta}(2\theta)$

$= 2\sec^3 2\theta + 2\sec 2\theta \tan^2 2\theta$

(14) $\frac{dr}{d\theta} = \frac{d}{d\theta}\sqrt{\theta \sin\theta} = \frac{1}{2\sqrt{\theta \sin\theta}}\frac{d}{d\theta}(\theta \sin\theta)$

$= \frac{1}{2\sqrt{\theta \sin\theta}}\left[\theta\frac{d}{d\theta}(\sin\theta) + (\sin\theta)\frac{d}{d\theta}(\theta)\right]$

$= \frac{1}{2\sqrt{\theta \sin\theta}}(\theta\cos\theta + \sin\theta)$

$= \frac{\theta\cos\theta + \sin\theta}{2\sqrt{\theta \sin\theta}}$

(15) $y' = \frac{d}{dx}\cot(3x-1) = -\csc^2(3x-1)\frac{d}{dx}(3x-1)$

$= -3\csc^2(3x-1)$

$y'' = \frac{d}{dx}\left[-3\csc^2(3x-1)\right]$

$= -3\left[2\csc(3x-1)\right]\frac{d}{dx}\csc(3x-1)$

$= -3\left[2\csc(3x-1)\right]\left[-\csc(3x-1)\cot(3x-1)\right]\frac{d}{dx}(3x-1)$

$= -3\left[2\csc(3x-1)\right]\left[-\csc(3x-1)\cot(3x-1)\right](3)$

$= 18\csc^2(3x-1)\cot(3x-1)$

(16) $f'(u) = \frac{d}{du}(u^5+1) = 5u^4$

$g'(x) = \frac{d}{dx}(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$(f\circ g)'(1) = f'(g(1))g'(1) = f'(1)g'(1) = (5)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

إجـابات المجـموعة A

(1) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\sin(3x+1) = [\cos(3x+1)]\frac{d}{dx}(3x+1)$

$= [\cos(3x+1)](3) = 3\cos(3x+1)$

(2) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\tan(2x-x^3) = [\sec^2(2x-x^3)]\frac{d}{dx}(2x-x^3)$

$= [\sec^2(2x-x^3)](2-3x^2) = (2-3x^2)\sec^2(2x-x^3)$

(3) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\sec(\tan x) = \sec(\tan x)\tan(\tan x)\frac{d}{dx}(\tan x)$

$= \sec(\tan x)\tan(\tan x)\sec^2 x$

(4) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

$= \frac{(\sqrt{1+x^2})\frac{d}{dx}(x) - x\frac{d}{dx}(\sqrt{1+x^2})}{(\sqrt{1+x^2})^2}$

$= \frac{(\sqrt{1+x^2})(1) - x\left(\frac{1}{2\sqrt{1+x^2}}\right)\frac{d}{dx}(1+x^2)}{1+x^2} = \frac{\sqrt{1+x^2} - x\left(\frac{1}{2\sqrt{1+x^2}}\right)(2x)}{1+x^2}$

$= \frac{(1+x^2)-x^2}{(1+x^2)(\sqrt{1+x^2})} = (1+x^2)^{-3/2}$

$2\sin a\cos a = \sin 2a$ الصيغة الأخيرة في الطريقة المستخدم في

$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\sin^2(3x-2)$

$= 2\sin(3x-2)\frac{d}{dx}\sin(3x-2) = 2\sin(3x-2)\cos(3x-2)\frac{d}{dx}(3x-2)$

$= 2\sin(3x-2)\cos(3x-2)(3) = 6\sin(3x-2)\cos(3x-2) = 3\sin(6x-4)$

(6) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(1+\cos^2 7x)^3 = 3(1+\cos^2 7x)^2\frac{d}{dx}(1+\cos^2 7x)$

$= 3(1+\cos^2 7x)^2(2\cos 7x)\frac{d}{dx}(\cos 7x) = 3(1+\cos^2 7x)^2(2\cos 7x)\frac{d}{dx}(-\sin 7x)\frac{d}{dx}(7x)$

$= 3(1+\cos^2 7x)^2(2\cos 7x)(-\sin 7x)7 = -42(1+\cos^2 7x)^1\cos 7x\sin 7x$

(7) $\frac{dy}{dx} = -4(1-6x)^{-5}$

(8) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{y(x+1)^2}$

(9) $d(x^2) = d\left(\frac{x-y}{x+y}\right)$

$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - (x+y)^2$

(10) $\frac{dy}{dx} = \cos^2 y$

(11) $\frac{dy}{dx} = \frac{1-y}{x-\cos y}$

87

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

ب) السرعة المتجهة $\cos\frac{\pi}{4} - \sin\frac{\pi}{4} = 0$ m/sec

السرعة، $|0| = 0$ m/sec

العجلة، $-\sin\frac{\pi}{4} - \cos\frac{\pi}{4} = -\sqrt{2}$ m/sec^2

الهزة، $-\cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{4} = 0$ m/sec^3

جـ) يبدأ الجسم بالحركة عند 1، يتجه إلى $\sqrt{2}$، ثم يطرح بين $\pm\sqrt{2}$

السرعة، هي بأقصاها عند $t = \frac{3\pi}{4} + k\pi$

هي صفر عند $t = \frac{\pi}{4} + k\pi$

العجلة، هي بأقصاها (بمقدار) عندما تكون $t = \frac{\pi}{4} + k\pi$

هي صفر عندما تكون $t = \frac{3\pi}{4} + k\pi$

الهزة، هي بأقصاها (بمقدار) عندما تكون $t = \frac{3\pi}{4} + k\pi$

هي صفر عندما تكون $t = \frac{\pi}{4} + k\pi$

أ) الإزاحة، $s_{[5]} - s_{[0]} = 12 - 2 = 10$ m

متوسط السرعة المتجهة، $\frac{10\text{ m}}{5\text{ sec}} = 2$ m/sec

ب) السرعة المتجهة، $s'(t) = 2t - 3$

عند $t = 4$، السرعة المتجهة $s'(4) = 2(4) - 3 = 5$ m/sec

$s''(t) = 2$ m/sec^2 عجلة الجسيم

يغير الجسيم اتجاهه عند، $s'(t) = 2t - 3 = 0$ إذاً $t = \frac{3}{2}$ sec

لاحظت إن سرعة الجسيم هي دائما موجبة والمسار يتخذ الشكل ا فإن موقع S هو بحده الأدنى عندما يغير الجسيم
اتجاهه عند $t = \frac{3}{2}$ sec، موقعه في هذا الوقت هو $s\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{4}$ m

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

(د)

$$s(t) = \frac{1}{2}(180) = 90$$
$$24t - 0.8t^2 = 90$$
$$0 = 0.8t^2 - 24t + 90$$
$$t = 24 \pm \sqrt{\frac{(-24)^2 - 4(0.8)(90)}{2(0.8)}}$$
$$\approx 4.393, 25.607$$

استغرقت الصخرة 4.393 sec للوصول إلى منتصف أقصى ارتفاع

(هـ)

$$s(t) = 0$$
$$24t - 0.8t^2 = 0$$
$$0.8t(30 - t) = 0$$
$$t = 0, t = 30$$

استغرقت الصخرة 30s صاعدة إلى أعلى

تصل الصخرة إلى أقصى ارتفاعها حيث السرعة المتجهة $s'(t) = 24 - 9.8t = 0$ عند $t = 2.449$. أقصى

ارتفاعها هو $S(2.449) = 29.388\ m$

$$V(t) = s'(t) = 3t^2 - 12t + 9$$
$$a(t) = V'(t) = 6t - 12$$

عندما تساوي السرعة صفرًا

$$3t^2 - 12t + 9 = 0$$
$$3(t^2 - 4t + 3) = 0$$
$$3(t - 1)(t - 3) = 0$$
$$t = 3,\ t = 1$$

$a(1) = -6\ m/sec^2$ تصبح سرعة الجسيم $t =$

$a(3) = 6\ m/sec^2$ تصبح سرعة الجسيم $t =$

$$a(t) = V'(t) = 6t^2 - 18t +$$

عندما تساوي العجلة صفرًا

$$6t^2 - 18t + 12 =$$
$$6(t^2 - 3t + 2) =$$
$$6(t - 1)(t - 2) =$$
$$t = 2,\ t = 1$$

$|V_{(0)}| = |0| = 0\ m/sec$ تصبح عجلة $t =$

$|V_{(1)}| = |-1| = 1\ m/sec$ تصبح عجلة $t =$

$S'(t) = -2\cos t\ m/sec$ السرعة المتجهة

$|S'(t)| = 2|\cos t|\ m/sec$ السرعة

$S''(t) = 2\sin t\ m/sec^2$ العجلة

$S'''(t) = 2\cos t\ m/sec^3$ الجرك

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

دالة متصلة

$$g(0) = \lim_{x \to 0^-} g(x) = \lim_{x \to 0^-} \cos x = \cos(0) =$$

$$\lim_{x \to 0^-} g(x) = \lim_{x \to 0^-} (x + b) =$$

$$\lim_{x \to 0} g(x) = g(0)$$

دالة متصلة. إذاً $b = 1$

دالة قابلة للاشتقاق.

لجهة اليسار لـ $b = 1$ هي 1

لجهة اليمين هي $-\sin(0) = 0$، وما من اشتقاق عند $x = 0$

من قيم b تجعل الدالة قابلة للاشتقاق عند $x = 0$

لقيم n

$$\frac{d}{dx}\cos x = -\sin x \qquad \frac{d^5}{dx^5}\cos x = -\sin x$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\cos x = -\cos x \qquad \frac{d^6}{dx^6}\cos x = -\cos x$$

$$\frac{d^3}{dx^3}\cos x = \sin x \qquad \frac{d^7}{dx^7}\cos x = \sin x$$

$$\frac{d^4}{dx^4}\cos x = \cos x \qquad \frac{d^8}{dx^8}\cos x = \cos x$$

من الجدول نلاحظ أن $\frac{d^n}{dx^n}\cos x = \sin x$ عندما تكون $n = 4k + 3$ لأي عدد كلي حيث $999 = 4(249) + 3$

$$\frac{d^{999}}{dx^{999}}\cos x = \sin x$$

$$\frac{d}{dx}(\sin 2x) = \frac{d}{dx}(2\sin x \cos x) = 2\left[\sin x \frac{d}{dx}(\cos x) + (\cos x)\frac{d}{dx}(\sin x)\right]$$

$$= 2[\sin x(-\sin x) + \cos x(\cos x)] = 2(\cos^2 x - \sin^2 x) = 2\cos 2x$$

$$y' = \frac{d}{dx}(A\sin x + B\cos x) = A\cos x - B\sin x$$

$$y'' = \frac{d}{dx}(A\cos x - B\sin x) = -A\sin x - B\cos x$$

$$y'' - y = \sin x$$

$$-A\sin x - B\cos x - A\sin x - B\cos x = \sin x$$

$$-2A\sin x - 2B\cos x = \sin x$$

بالمقارنة نجد أن $-2A = 1$

$$-2B = 0$$

$$A = -\frac{1}{2}, B = 0$$

(أ) السرعة المتجهة $= V(t) = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}(24t - 0.8t^2) = 24 - 1.6t$ m/sec

عجلة الجسم $= a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(24 - 1.6t) = -1.6$ m/sec^2

(ب) وصلت الصخرة إلى أعلى نقطة عند $t = 15$، $V(t) = 24 - 1.6t = 0$. استغرق ذلك 15 sec.

(جـ) أقصى ارتفاع $S(15) = 180$ m

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

$$y'(x) = \frac{d}{dx}\tan x = \sec^2 x \quad (7)$$

$$y'(x) = \frac{d}{dx}(2x) = 2$$

$$\sec^2 x = 2$$

$$\sec x = \pm\sqrt{2}$$

$$\cos x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$$

الحلول لـ $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ هي $x = \pm\frac{\pi}{4}$. نقاط المنحنى هي $\left(-\frac{\pi}{4}, -1\right)$ و $\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$.

$$y'(x) = \frac{d}{dx}(1 + \sqrt{2}\csc x + \cot x) \quad (8)(أ)$$

$$= 0 + \sqrt{2}(-\csc x \cot x) + (-\csc^2 x)$$

$$= -\sqrt{2}\csc x \cot x - \csc^2 x$$

$$y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}\csc\frac{\pi}{4}\cot\frac{\pi}{4} - \csc^2\frac{\pi}{4}$$

$$= -\sqrt{2}(\sqrt{2})(1) - (\sqrt{2})^2$$

$$= -2\sqrt{2} - 4$$

ميل خط المماس $P\left(\frac{\pi}{4}, 4\right)$ عند -4

المعادلة هي $y = -4\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 4$ أو $y = -4x + \pi + 4$

$$y'(x) = 0 \quad (ب)$$

$$-\sqrt{2}\csc x \cot x - \csc^2 x = 0$$

$$-\frac{\sqrt{2}\cos x}{\sin^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x} = 0$$

$$-\frac{1}{\sin^2 x}(\sqrt{2}\cos x + 1) = 0$$

$$\cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{3\pi}{4} \quad (\text{عند النقطة } Q)$$

$$y\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 1 + \sqrt{2}\csc\frac{3\pi}{4} + \cot\frac{3\pi}{4}$$

$$= 1 + \sqrt{2}(\sqrt{2}) + (-1)$$

$$= 2$$

إحداثيات Q هي $\left(\frac{3\pi}{4}, 2\right)$ معادلة الخط الأفقي هي $y = 2$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

إجـابات المجـمـوعة A

(1) $\frac{d}{dx}(2\sin x - \tan x) = 2\cos x - \sec^2 x$

(2) $\frac{d}{dx}(4 - x^2 \sin x) = \frac{d}{dx}(4) - \left[x^2 \frac{d}{dx}(\sin x) + (\sin x)\frac{d}{dx}(x^2)\right]$

$= 0 - [x^2 \cos x + (\sin x)(2x)]$

$= -x^2 \cos x - 2x \sin x$

(3) $\frac{d}{dx}\frac{\cot x}{1+\cot x} = \frac{(1+\cot x)\frac{d}{dx}(\cot x) - (\cot x)\frac{d}{dx}(1+\cot x)}{(1+\cot x)^2}$

$= \frac{(1+\cot x)(-\csc^2 x) - (\cot x)(-\csc^2 x)}{(1+\cot x)^2}$

$= -\frac{\csc^2 x}{(1+\cot x)^2} = -\frac{\csc^2 x \sin^2 x}{(1+\cot x)^2(\sin^2 x)} = -\frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$

(4) $\frac{d}{dx}\frac{\cos x}{1+\sin x} = \frac{(1+\sin x)\frac{d}{dx}(\cos x) - (\cos x)\frac{d}{dx}(1+\sin x)}{(1+\sin x)^2}$

$= \frac{(1+\sin x)(-\sin x) - (\cos x)(\cos x)}{(1+\sin x)^2}$

$= \frac{-\sin x - \sin^2 x - \cos^2 x}{(1+\sin x)^2} = \frac{-(1+\sin x)}{(1+\sin x)^2} = -\frac{1}{1+\sin x}$

(5) $y'(x) = \frac{d}{dx}\frac{\tan x}{x} = \frac{x\frac{d}{dx}(\tan x) - \tan x \frac{d}{dx}(x)}{x^2} = \frac{x\sec^2 x - \tan x}{x^2}$

$y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\frac{\pi}{4}(\sqrt{2})^2 - 1}{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2} = \frac{8\pi - 16}{\pi^2}$

$-\frac{\pi^2}{8\pi - 16} = \frac{\pi^2}{16 - 8\pi}$ خط العمودي

$\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\frac{\pi}{4}}\right) = \left(\frac{\pi}{4}, \frac{4}{\pi}\right)$

$y = \frac{\pi^2}{16 - 8\pi}x - \frac{\pi^3}{64 - 32\pi} + \frac{4}{\pi}$ أو $y = \frac{\pi^2}{16 - 8\pi}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{4}{\pi}$

$y = -1.081x + 2.122$ تقريبًا.

$\frac{d}{dx}\sec x = \sec x \tan x$ تساوي 0 عند $x = 0$ ميل خط المماس هو 0.

$\frac{d}{dx}\cos x = -$ تساوي 0 عند $x = 0$ ميل خط المماس هو 0.

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

$$y'(x) = \frac{(x^2+1)(4) - 4x(2x)}{(x^2+1)^2} = \frac{-4x^2+4}{(x^2+1)^2}$$

عند نقطة الأصل $y'(0) = 4$

خط المماس هو، $y = 4x$

عند $(1, 2)$ $y'(1) = 0$

خط المماس هو، $y = 2$

$$\frac{dP}{dV} = \frac{d}{dV}\left(\frac{nRT}{V-nb} - \frac{an^2}{V^2}\right)$$

$$\frac{(V-nb)\frac{d}{dV}(nRT) - (nRT)\frac{d}{dV}(V-nb)}{(V-nb)^2} - \frac{d}{dV}(an^2V^{-2})$$

$$= \frac{0 - nRT}{(V-nb)^2} + 2an^2V^{-3}$$

$$= -\frac{nRT}{(V-nb)^2} + \frac{2an^2}{V^3}$$

تغير نصف قطر دائرة بمعدل صغير جدا Δr. قد يكون التغير في المساحة عبارة عن شريط رفيع جدا مع طول محيط الدائرة $2\pi r$ وعرض Δr. بالتالي. قد يكون التغير في المساحة عبارة عن $(2\pi r)(\Delta r)$ ما يعني أن التغير في المساحة مقسومًا على تغير نصف القطر هو فقط $2\pi r$.

تغير نصف قطر دائرة بمعدل صغير جدا Δr. فالتغير في الحجم قد يكون عبارة عن طبقة رقيقة جدا مع مساحة يساوي سطح مساحته $4\pi r^2$. وسماكة معطاة بـ Δr. بالتالي. قد يعبر عن التغير في الحجم بـ $(4\pi r^2)(\Delta r)$ ما يعني التغير في الحجم مقسومًا على تغير نصف القطر هو فقط $4\pi r^2$.

ليكن $r(x)$ عدد الأشجار و$y(x)$ محصول البستان لكل x سنة بدءًا من الآن.

$r(0) = 196$ و $y(0) = 12$ و $r'(0) = 13$ و $y'(0) = 1.5$.

$\frac{d}{dx}(ry) = r(0)y'(0) + y(0)r'(0) = (196)(1.5) + (12)(13) = 450$ هو، معدل ارتفاع الإنتاج

صندوقًا للمحصول السنوي.

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

(15) (a) $x = 2, \frac{d}{dx}(uv) = u(2)v'(2) + v(2)u'(2)$

$= (3)(2) + (1)(-4) = 2$

(b) $x = 2, \frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v(2)u'(2) - u(2)v'(2)}{[v(2)]^2}$

$= \frac{(1)(-4) - (3)(2)}{(1)^2} = -10$

(c) $x = 2, \frac{d}{dx}\left(\frac{v}{u}\right) = \frac{u(2)v'(2) - v(2)u'(2)}{[u(2)]^2}$

$= \frac{(3)(2) - (1)(-4)}{(3)^2} = \frac{10}{9}$

(d) (a) استخدم نتيجة 3 من السؤال $\frac{d}{dx}(uv)$

$x = 2, \frac{d}{dx}(3u - 2v + 2uv)$

$= 3u'(2) - 2v'(2) + 2\frac{d}{dx}(uv)$

$= 3(-4) - 2(2) + 2(2)$

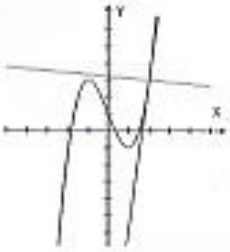
$= -12$

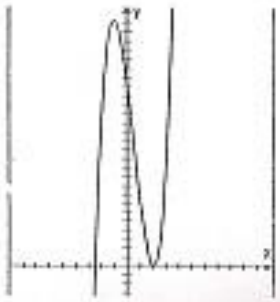
(iii) $\frac{3}{2}$. إذًا الميل هو $y = \frac{3}{2}x + 6$ المعادلة المماسة لـ

$y'(x) = 3x^2 - 3; y'(2) = 3(2)^2 - 3 = 9$ ميل خط المماس و، ميل الخط العمودي $-\frac{1}{9}$ ويمر عبر $(2, 3)$

$y = -\frac{1}{9}(x - 2) +$

$y = -\frac{1}{9}x + \frac{29}{9}$





$y'(x) = 6x^2 - 6x - 12$

$= 6(x^2 - x - 2)$

$= 6(x + 1)(x - 2)$

خط المماس المحور السيني عندما $y' = 0$، عند $x = -1$

$x =$ حيث إن $y(-1) = 27$ و $y(2) = 0$، النقطتان

يحدث هذا هما $(-1, 27)$ و $(2, 0)$.

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

إجـابات المجـموعة B

(1) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(-x^2) + \frac{d}{dx}(3) = -2x + 0 = -2x$

$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}(-2x) = -2$

(2) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^2) + \frac{d}{dx}(x) + \frac{d}{dx}(1) = 2x + 1 + 0 = 2x + 1$

$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}(2x) + \frac{d}{dx}(1) = 2 + 0 = 2$

(3) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{3}x^3\right) - \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}x^2\right) + \frac{d}{dx}(x) = x^2 + x + 1$

$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}(x^2) + \frac{d}{dx}(x) + \frac{d}{dx}(1) = 2x + 1 + 0 = 2x + 1$

(4) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(1) - \frac{d}{dx}(x) + \frac{d}{dx}(x^2) - \frac{d}{dx}(x^3)$

$= 0 - 1 + 2x - 3x^2 = -1 + 2x - 3x^2$

$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}(-1) + \frac{d}{dx}(2x) - \frac{d}{dx} = (3x^2)$

$= 0 + 2 - 6x = 2 - 6x$

(5) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(5x^3) - \frac{d}{dx}(3x^5) = 15x^2 - 15x^4$

$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}(15x^2) - \frac{d}{dx}(15x^4) = 30x - 60x^3$

(6) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{4}x^{-4}\right) - \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{3}x^{-3}\right) + \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}x^{-2}\right) - \frac{d}{dx}(x^{-1}) + \frac{d}{dx}(3)$

$= -x^{-5} + x^{-4} - x^{-3} + x^{-2} + 0$

$= -x^{-5} + x^{-4} - x^{-3} + x^{-2}$

$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}(-x^{-5}) - \frac{d}{dx}(x^{-4}) - \frac{d}{dx}(x^{-3}) + \frac{d}{dx}(x^{-2})$

$= 5x^{-6} - 4x^{-5} + 3x^{-4} - 2x^{-3}$

(7) (a) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}[(x + 1)(x^2 + 1)]$

$= (x + 1)\frac{d}{dx}(x^2 + 1) + (x^2 + 1)\frac{d}{dx}(x + 1)$

$= (x + 1)(2x) + (x^2 + 1)(1)$

$= 2x^2 + 2x + x^2 + 1$

$= 3x^2 + 2x + 1$

(b) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}[(x + 1)(x^2 + 1)]$

$= \frac{d}{dx}(x^3 + x^2 + x + 1)$

$= 3x^2 + 2x + 1$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

(8) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\frac{2x+5}{3x-2} = \frac{(3x-2)(2)-(2x+5)(3)}{(3x-2)^2} = -\frac{19}{(3x-2)^2}$

(9) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{x^2+5x-1}{x^3}\right) = \frac{d}{dx}(1+5x^{-1}-x^{-2})$

$= 0 - 5x^{-2} + 2x^{-3} = -\frac{5}{x^2} + \frac{2}{x^3}$

(10) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^3}\right)$

$= \frac{d}{dx}\left(\frac{x^3-1}{x^3}\right) = \frac{d}{dx}(1-x^{-3})$

$= 0 + 3x^{-4} = \frac{3}{x^4}$

(11) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{1-x}{1+x^2}\right) = \frac{(1+x^2)(-1)-(1-x)(2x)}{(1+x^2)^2}$

$= \frac{x^2-2x-1}{(1+x^2)^2}$

(12) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{(x+1)(x+2)}{(x-1)(x-2)}\right) = \frac{d}{dx}\left(\frac{x^2+3x+2}{x^2-3x+2}\right)$

$= \frac{(x^2-3x+2)(2x+3)-(x^2+3x+2)(2x-3)}{(x^2-3x+2)^2} = \frac{12-6x^2}{(x^2-3x+2)^2}$

(13)(a) $f(x) = x$

$\frac{d}{dx}(x) = f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{(x+h)-x}{h}$

$= \lim_{h\to 0}\frac{h}{h} = \lim_{h\to 0}(1) = 1$

(b) x دالة في $u = u(x)$ أي أن

$\frac{d}{dx}(-u) = \lim_{h\to 0}\frac{-u(x+h)-[-u(x)]}{h}$

$= \lim_{h\to 0}\left(-\frac{u(x+h)-u(x)}{h}\right)$

$= -\lim_{h\to 0}\frac{u(x+h)-u(x)}{h} = -\frac{du}{dx}$

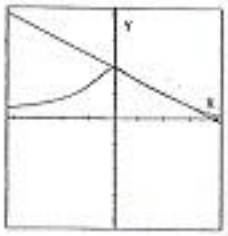
(14) $\frac{d}{dx}(cf(x)) = c\frac{d}{dx}f(x) + f(x)\frac{d}{dx}(c)$

$= c\frac{d}{dx}f(x) + 0 = c\frac{d}{dx}f(x)$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

$$y'(x) = \frac{(4+x^2)(0) - 8(2x)}{(4+x^2)^2} = -\frac{16x}{(4+x^2)^2} \quad (13)$$

$$y'(2) = -\frac{1}{2}$$



ميل خط المماس $-\frac{1}{2}$ وبمر عبر $(2, 1)$. معادلته هي $y = -\frac{1}{2}(x-2)+1$ أو $y = -\frac{1}{2}x + 2$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}(4.9t^2) = 9.8t \quad (14)$$

$$\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{d}{dt}(9.8t) = 9.8$$

$$\frac{dR}{dM} = \frac{d}{dM}\left[M^2\left(\frac{C}{2} - \frac{M}{3}\right)\right] \quad (15)$$

$$\frac{d}{dM}\left(\frac{C}{2}M^2 - \frac{1}{3}M^3\right)$$

$$= CM - M^2$$

(16) لتكن $m(x)$ عدد الأعضاء، و $c(x)$ كلفة الخيمة لمدة x سنوات بدءًا من الآن.

$m(0) = 65$ ،$c(0) = 250$ ،$m'(0) = 6$ و $c'(0) = 10$.

معدل التغير لحصة كل عضو هو،

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{c}{m}\right) = \frac{m(0)c'(0) - c(0)m'(0)}{[m(0)]^2} = \frac{(65)(10) - (250)(6)}{(65)^2} \approx -0.20$$

يتناقص سعر حصة كل فرد ما يقارب 20 فلسًا لكل عضو.

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

(9) (a) $x = 0$; $\frac{d}{dx}(uv) = u(0)v'(0) + v(0)u'(0) = (5)(2) + (-1)(-3) = 13$

(b) $x = 0$; $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v(0)u'(0) - u(0)v'(0)}{[v(0)]^2} = \frac{(-1)(-3) - (5)(2)}{(-1)^2} = -7$

(c) $x = 0$; $\frac{d}{dx}\left(\frac{v}{u}\right) = \frac{u(0)v'(0) - v(0)u'(0)}{[u(0)]^2} = \frac{(5)(2) - (-1)(-3)}{(5)^2} = \frac{7}{25}$

(d) $x = 0$; $\frac{d}{dx}(7v - 2u) = 7v'(0) - 2u'(0)$

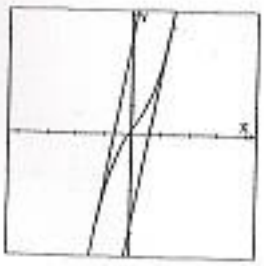
$= 7(2) - 2(-3) = 20$

(10) $y'(x) = 2x + 5$

$y'(3) = 2(3) + 5 = 11$

(iii) 11 هو الميل

(11) $y'(x) = 3x^2 + 1$



الميل هو 4 أي أن $3x^2 + 1 = 4$ عند $x = \pm 1$.

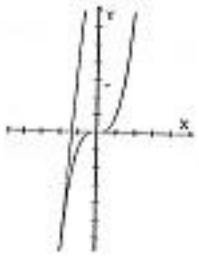
ميل خط المماس هو 4 عند $x = -1$ ويمر عبر $(-1, -2)$، إذًا معادلته هي $y = 4(x + 1) - 2$ أو $y = 4x + 2$

ميل المماس عند $x = 1$ هو 4 ويمر عبر $(1, 2)$، معادلته هي $y = 4(x - 1) + 2$ أو $y = 4x - 2$

يحدث الميل الصغير عندما $3x^2 + 1$ تأخذ قيمة صغرى إذًا الميل الصغير هو 1 يحدث عند $x = 0$.

(12) $y'(x) = 3x^2$

$y'(-2) = 12$



ميل خط المماس 12 ويمر عبر $(-2, -8)$، معادلته هي $y = 12(x + 2) - 8$ أو $y = 12x + 16$. التقاطع مع المحور السيني هو $-\frac{4}{3}$ والتقاطع مع المحور الصادي هو 16.

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

إجـابات المجـموعة A

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{3}x^3\right) - \frac{d}{dx}(x) = x^2 - 1 \quad (1)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}(x^2) - \frac{d}{dx}(1) = 2x - 0 = 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(2x) + \frac{d}{dx}(1) = 2 + 0 = 2 \quad (2)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}(2) = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^4) - \frac{d}{dx}(7x^3) + \frac{d}{dx}(2x^2) - \frac{d}{dx}(15) \quad (3)$$

$$= 4x^3 - 21x^2 + 4x + 0 = 4x^3 - 21x^2 + 4x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}(4x^3) - \frac{d}{dx}(21x^2) + \frac{d}{dx}(4x) = 12x^2 - 42x + 4$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(4x^{-2}) - \frac{d}{dx}(8x) + \frac{d}{dx}(1) \quad (4)$$

$$= -8x^{-3} - 8 + 0 = -8x^{-3} - 8$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}(-8x^{-3}) - \frac{d}{dx}(8) = 24x^{-4} - 0 = 24x^{-4}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{x^2+3}{x}\right) = \frac{x\frac{d}{dx}(x^2+3) - (x^2+3)\frac{d}{dx}(x)}{x^2} \quad (5)$$ (أ)

$$= \frac{x(2x) - (x^2+3)}{x^2} = \frac{x^2-3}{x^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{x^2+3}{x}\right) = \frac{d}{dx}(x + 3x^{-1}) = 1 - 3x^{-2} = 1 - \frac{3}{x^2}$$ (ب)

متكافئة مع إجابة السؤال (أ)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{x^2}{1-x^3}\right) = \frac{(1-x^3)(2x) - x^2(-3x^2)}{(1-x^3)^2} = \frac{x^4+2x}{(1-x^3)^2} \quad (6)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\right) = \frac{(\sqrt{x}+1)\frac{1}{2\sqrt{x}} - (\sqrt{x}-1)\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x}+1)^2} \quad (7)$$

$$= \frac{(\sqrt{x}+1) - (\sqrt{x}-1)}{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)^2} = \frac{2}{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)^2} = \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)^2}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{f(x)}\right) = \frac{f(x)\times 0 - 1\times\frac{d}{dx}f(x)}{(f(x)^2)} = -\frac{f'(x)}{(f(x))^2} \quad (8)$$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

(ب) لاحظ أن دالة الجيب فردية لذا

$$P(x) = \sin(|x|) - 1 = \begin{cases} -\sin x - 1, & x < 0 \\ \sin x - 1, & x \geq 0 \end{cases}$$

الرسم البياني لـ $P(x)$ على شكل ناب عند $x = 0$. الدالة قابلة للاشتقاق لكل الأعداد الحقيقية باستثناء $x = 0$

(ج) لاحظ أن $C(x) = x|x| = \begin{cases} -x^2, & x < 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$. إذًا هي قابلة للاشتقاق لكل قيم x تحقق من $x = 0$

$$\lim_{h \to 0} \frac{C(0+h) - C(0)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{h|h| - 0}{h} = \lim_{h \to 0} |h| = 0$$

اشتقاق لكل الأعداد الحقيقية.

(د) لاحظ أن $-x \leq x \sin\frac{1}{x} \leq x$. لكل قيم x. إذًا $\lim_{x \to 0}\left(x \sin\frac{1}{x}\right) = 0$ بحسب نظرية الإحاطة

بالتالي، f متصلة عند $x = 0$.

(أ) $$\frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \frac{h \sin\frac{1}{h} - 0}{h} = \sin\frac{1}{h}$$

(ب) لا يوجد نهاية لأن $\sin\frac{1}{h}$ تتأرجح بين -1 و 1 إلى ما لا نهاية وبخاصة عندما تصبح h قريبة من الصفر

(هذا لـ h عند أي فترة مفتوحة وتحتوي 0).

(ج) لا. لأنه لا وجود للنهاية في السؤال (ب).

(د) $$\frac{g(0+h) - g(0)}{h} = \frac{h^2 \sin\left(\frac{1}{h}\right) - 0}{h} = h \sin\frac{1}{h}$$. بحسب السؤال (أ)، تقترب النهاية كلما اقتربت x من 0.

إذًا $g'(0) = 0$.

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

حسابات المجموعة B

$$\lim_{h\to 0^-}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim_{h\to 0^-}\frac{\sqrt{1+h}-1}{h}$$ ...ستة لجهة اليسار

$$=\lim_{h\to 0^-}\frac{(\sqrt{1+h}-1)(\sqrt{1+h}+1)}{h(\sqrt{1+h}+1)}$$

$$=\lim_{h\to 0^-}\frac{(1+h)-1}{h(\sqrt{1+h}+1)}$$

$$=\lim_{h\to 0^-}\frac{1}{\sqrt{1+h}+1}=\frac{1}{2}$$

$$\lim_{h\to 0^+}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{[2(1+h)-1]-1}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{2h}{h}$$ ...ستة لجهة اليمين

$$=\lim_{h\to 0^+}2=2$$

$\frac{1}{2}\neq 2$، فالدالة غير قابلة للاشتقاق عند النقطة P.

$$\lim_{h\to 0^-}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim_{h\to 0^-}\frac{(1+h)-1}{h}=\lim_{h\to 0^-}1=1$$ ...ستة لجهة اليسار،

$$\lim_{h\to 0^+}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{\frac{1}{1+h}-1}{h}$$ ...ستة لجهة اليمين

$$=\lim_{h\to 0^+}\frac{1-(1+h)}{h(1+h)}$$

$$=\lim_{h\to 0^+}\frac{-h}{h(1+h)}$$

$$=\lim_{h\to 0^+}-\frac{1}{1+h}=-1$$

$1\neq -1$، فالنهاية غير قابلة للاشتقاق عند النقطة P.

...يوجد | (ب) لا يوجد | (جـ) كل النقاط في $[-3, 2]$

...يوجد | (ب) $x=0$ | (جـ) كل النقاط في $[-3, 3]$ باستثناء $x=0$

$x=-2$ ، $x=2$ ... | (ب) لا يوجد | (جـ) كل النقاط في $[-3, 3]$ باستثناء $x=\pm 2$

...يوجد أصفار المقام.

$x^2-4x-5=0$ ، $(x+1)(x-5)=0$ أو $x=-1$. الدالة نسبية. إذًا هي قابلة للاشتقاق لكل قيم x في مجالها.

...أعداد حقيقية باستثناء $x=-1, 5$.

...الة قابلة للاشتقاق لكن قد تستثني $3x-6=0$ عند $x=2$.

...ص الاشتقاق عند $x=2$ باستخدام K بدل h لتفادي الالتباس مع الدالة $h(x)$.

$$\lim_{k\to 0}\frac{h(2+k)-h(2)}{k}=\lim_{k\to 0}\frac{[\sqrt[3]{3(2+k)}-6+5]-5}{k}$$

$$=\lim_{k\to 0}\frac{\sqrt[3]{3k}}{k}=\sqrt[3]{3}\lim_{k\to 0}\frac{1}{k^{2/3}}=\infty$$

...ط مماس عمودي عند $x=2$.

...الاشتقاق لكل الأعداد الحقيقية باستثناء $x=2$.

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = f(1) \qquad \text{(ا) (8)}$$
$$\lim_{x \to 1^+} (3 - x) = a(1^2) + b(1)$$
$$2 = a + b$$
العلاقة هي $a + b = 2$

(ب) بما أن الدالة تحتاج إلى أن تكون متصلة، قد نستنتج أن $a + b = 2$ و $f(1) = 2$.

$$\lim_{h \to 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \to 0^-} \frac{3 - (1+h) - 2}{h}$$
$$= \lim_{h \to 0^-} (-1) = -1$$

$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \to 0^+} \frac{a(1+h)^2 + b(1+h) - 2}{h}$$
$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{a + 2ah + ah^2 + b + bh - 2}{h}$$
$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{2ah + ah^2 + bh + (a + b - 2)}{h}$$
$$= \lim_{h \to 0^+} (2a + ah + b)$$
$$= 2a + b$$

بالتالي $2a + b = -1$ إذا استبدلنا b بـ $2 - a$ نحصل على $2a + (2 - a) = -1$. إذًا $a = -3$

ثم $b = 2 - a = 2 - (-3) = 5$ القيم هي $a = -3$ و $b = 5$.

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

إجابات المجموعة A

المشتقة لجهة اليسار $\lim_{h\to 0^-}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0^-}\frac{h^2-0}{h}=\lim_{h\to 0^-}h=0$

المشتقة لجهة اليمين $\lim_{h\to 0^+}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{h-0}{h}=\lim_{h\to 0^+}1=1$

$0\neq 1$، فالدالة غير قابلة للاشتقاق عند النقطة P.

المشتقة لجهة اليسار $\lim_{h\to 0^-}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim_{h\to 0^-}\frac{2-2}{h}=\lim_{h\to 0^-}0=0$

المشتقة لجهة اليمين $\lim_{h\to 0^+}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{2(1+h)-2}{h}=\lim_{h\to 0^+}2=2$

$0\neq 2$، فالدالة غير قابلة للاشتقاق عند النقطة P.

(أ) لا يوجد

(ب) لا يوجد

(ج) كل النقاط في $[-2,3]$

$x=-1$ (أ)

$x=0, x=2$ (ب)

(ج) كل النقاط في $[-2,3]$ باستثناء $x=-1,0,2$

$x=0$ (أ)

(ب) لا يوجد

(ج) كل النقاط في $[-1,2]$ باستثناء $x=0$

بما أن دالة جيب التمام هي زوجية لذا $Q(x)=3\cos(|x|)=3\cos x$، الدالة قابلة للاشتقاق لكل الأعداد الحقيقية.

كل جزء من الدالة محدد من ناحية واحدة بدلالة كثيرات الحدود، لذا هي قابلة للاشتقاق عند كل النقاط. يمكن أن $x=0$ و $x=3$ تحقق من $x=0$

$$\lim_{h\to 0^-}\frac{g(0+h)-g(0)}{h}=\lim_{h\to 0^-}\frac{(h+1)^2-1}{h}=\lim_{h\to 0^-}\frac{h^2+2h}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0^-}(h+2)=2$$
$$\lim_{h\to 0^+}\frac{g(0+h)-g(0)}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{(2h+1)-1}{h}=\lim_{h\to 0^+}2=2$$

الدالة قابلة للاشتقاق عند $x=0$ تحقق من $x=3$

$g(3)=(4-3)^2=1$

$\lim_{x\to 3^-}g(x)=\lim_{x\to 3^-}(2x+1)=2(3)+1$

الدالة غير متصلة (إذاً فهي غير قابلة للاشتقاق) عند $x=3$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

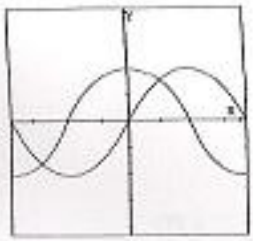
لاحظ أن المشتقة غير معرفة عند $x = 0$ و $x = 1$ و $x = 4$.

الدالة قابلة للاشتقاق عند $x = -4$ و $x = 6$ لأنها نقطة طرفية للمجال

ويوجد اشتقاق من جهة واحدة. الرسم البياني لهذه المشتقة هو التالي

(ب) $x=0, 1, 4$

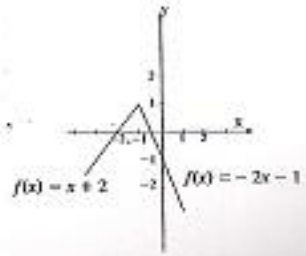
(7) قد تكون دالة جيب التمام مشتقة دالة الجيب. قيم دالة جيب التمام موجبة
حيث تزايد قيم الجيب وصفر حيث لدالة الجيب خط مماس أفقي وسالبة حيث
تناقص دالة الجيب.



(8) يتوازى قطعان متكافئان إذا كان لهما المشتقة نفسها عند كل قيمة لـ x.
ا يعني أن خطوط مماسهما متوازية لكل قيمة لـ x يمثل هذين القطعين
لمتكافئين بحسب $y = x^2$ و $y = x^2 + 4$.
سمهما البياني التالي:

قطوع المتكافئة متساوية في كل مكان. طالما تقاس المسافة بينها بحسب خط عمودي.

(9) لـ $x > -1$، يوجد لمنحنى $y = f(x)$ مماس له ميل يساوي 2- يمر عبر $(0, -1)$ ومعادله:
$y = -2x -$ أي $y = -2(-1) = 1$.
لـ $x < -1$، يجب أن يكون لمنحنى $y = f(x)$ ميل 1 يمر عبر $(-1, 1)$.
معادله: $y = 1(x + 1) + 1$ أو $y = x + 2$



By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

إجـابات المجـموعة B

(1) $f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

$= \lim_{h\to 0} \frac{[3(x+h)-12]-(3x-12)}{h}$

$= \lim_{h\to 0} \frac{3h}{h} = \lim_{h\to 0} 3 = 3$

(2) $\frac{dy}{dx} = \lim_{h\to 0} \frac{y(x+h)-y(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{7(x+h)-7x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{7h}{h} = \lim_{h\to 0} 7 = 7$

(3) $f(x) = x^2$

$\frac{d}{dx}(x^2) = f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$

$= \lim_{h\to 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} = \lim_{h\to 0} (2x + h) = 2x$

(4) $\frac{dy}{dx} = \lim_{h\to 0} \frac{y(x+h)-y(x)}{h}$

$= \lim_{h\to 0} \frac{\left[2(x+h)^2 - 13(x+h) + 5\right] - (2x^2 - 13x + 5)}{h}$

$= \lim_{h\to 0} \frac{2x^2 + 4xh + 2h^2 - 13x - 13h + 5 - 2x^2 + 13x - 5}{h}$

$= \lim_{h\to 0} \frac{4xh + 2h^2 - 13h}{h}$

$= \lim_{h\to 0} (4x + 2h - 13) = 4x - 13$

$\frac{dy}{dx} = 4(3) - 13 = -1$ ، $x = 3$ عند

(3, y(3)) = (3, −16) ميل خط المماس −1 ويمر عبر

$y = -1(x-3) - 16$

$y = -x - 13$

$f(x) = x^3$ (5

$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{(1+h)^3 - 1^3}{h}$

$= \lim_{h\to 0} \frac{1 + 3h + 3h^2 + h^3 - 1}{h} = \lim_{h\to 0} (3 + 3h + h^2) = 3$

(أ) ميل خط المماس 3 ويمر عبر (1, 1) معادلته $y = 3(x-1) + 1$ أو $y = 3x - 2$.

(ب) ميل الخط العمودي $-\frac{1}{3}$ ويمر عبر (1, 1) معادلته $y = -\frac{1}{3}(x-1) + 1$ أو $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$.

الميل من $x = -4$ إلى $x = 0$ هو $\frac{2-0}{0-(-4)} = \frac{1}{2}$ (أ) من

الميل من $x = 0$ إلى $x = 1$ هو $\frac{-2-2}{1-0} = -4$

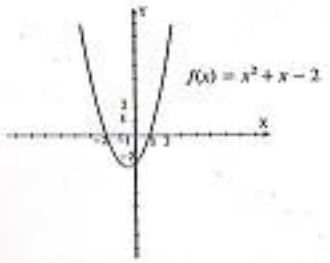
الميل من $x = 1$ إلى $x = 4$ هو $\frac{-2-(-2)}{4-1} = 0$

الميل من $x = 4$ إلى $x = 6$ هو $\frac{2-(-2)}{6-4} = 2$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

ميل الرسم البياني المعطى هو صفر عند $x = -2$ و $x = 1$. إذًا يتضمن الرسم البياني للمشتقة $(-2, 0)$ و$(1, 0)$.

ميل عند $x = -3$ وعند $x = 2$ هو حوالي 5 والميل عند $x = -0.5$ هو حوالي -2.5. إذًا يتضمن الرسم البياني للمشتقة النقاط $(-3, 5)$ و$(2, 5)$ و$(-0.5, -2.5)$. إذا جمعت النقاط، نحصل على الرسم البياني التالي:



By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

(10) (أ)

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{2xh + h^2}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} (2x + h) = 2x$$

(ب)

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{2(x+h) - 2x}{h} = \lim_{h\to 0} 2 = 2$$

(جـ)

$$\lim_{x\to 1^-} f'(x) = \lim_{x\to 1^-} 2x = 2(1) = 2$$

(د)

$$\lim_{x\to 1^+} f'(x) = \lim_{x\to 1^+} 2 = 2$$

(هـ) تعم النهايات من جهة واحدة موجودة وهي ومساوية. إذاً $\lim_{x\to 1} f'(x) = 2$.

(و)

$$\lim_{h\to 0^-} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \lim_{h\to 0^-} \frac{f(1+h)^2 - 1^2}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0^-} \frac{2h + h^2}{h} = \lim_{h\to 0^-} (2 + h) = 2$$

(ز)

$$\lim_{h\to 0^+} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \lim_{h\to 0^+} \frac{2(1+h) - 1^2}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0^+} \frac{1 + 2h}{h} = \lim_{h\to 0^+} \left(\frac{1}{h} + 2\right)$$ (وهي غير موجودة)

المشتقة لجهة اليمين غير موجودة.

(حـ) هي غير موجودة لأن المشتقة لجهة اليمين غير موجودة.

(11) حيث إن الدالة متصلة عند $x = 1$ لدينا $\lim_{x\to 1^+} (3x + k) = f(1) = 1$. إذاً $3 + k = 1$ أو $k = -2$

حتى يعطى $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \le 1 \\ 3x - 2, & x > 1 \end{cases}$

ولكي الآن على أن $f(x)$ مشتقة عند $x = 1$

$$\lim_{h\to 0^-} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \lim_{h\to 0^-} \frac{(1+h)^2 - (1)^2}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0^-} \frac{3h + 3h^2 + h^3}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0^-} (3 + 3h + h^2) = 3$$

$$\lim_{h\to 0^+} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \lim_{h\to 0^+} \frac{[3(1+h)-2] - (1)^2}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0^+} \frac{(1 + 3h) - 1}{h} = \lim_{h\to 0^+} 3 = 3$$

حيث إن المشتقة لجهة اليمين مساوية للمشتقة لجهة اليسار عند $x=1$ المشتقة موجودة (ومساوية لـ 3) حيث $k = -2$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

إجـابات المجـموعة A

(1) (أ) ميل المماس 5 ويمر عبر (2, 3).

$$y = 5(x-2)+3$$
$$y = 5x-7$$

(ب) ميل الخط العمودي $-\frac{1}{5}$ ويمر عبر (2, 3).

$$y = -\frac{1}{5}(x-2)+3$$
$$y = -\frac{1}{5}x+\frac{17}{5}$$

(2) $f'(3) = \lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{3+h}-\frac{1}{3}}{h}$$
$$= \lim_{h\to 0}\frac{3-(3+h)}{3h(3+h)}$$
$$= \lim_{h\to 0}\frac{-1}{3(3+h)} = -\frac{1}{9}$$

(3) $f'(3) = \lim_{x\to 3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}$

$$= \lim_{x\to 3}\frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{3}}{x-3}$$
$$= \lim_{x\to 3}\frac{3-x}{(x-3)(x)(3)}$$
$$= \lim_{x\to 3}-\frac{1}{3x} = -\frac{1}{9}$$

الرسم البياني لـ $y = f_1(x)$ متناقص عند $x < 0$ ومتزايد عند $x > 0$، إذًا مشتقتها سالبة عند $x < 0$ وموجبة عند (b)

تزايد الرسم البياني لـ $y = f_2(x)$، إذًا مشتقتها هي دائمًا ≥ 0. (a)

تأرجح الرسم البياني لـ $y = f_3(x)$ بين التزايد والتناقص إذًا تأرجح مشتقاتها بين الموجب والسالب. (d)

تناقص الرسم البياني لـ $y = f_4(x)$، ثم يتزايد فيعود ويتناقص من جديد وبعدها يتزايد إذًا مشتقتها تكون سالبة ثم سالبة فموجبة. (c)

حسب الرسم (a). عدد الأرانب أكبر بعد 40 يومًا وأصغر بدءًا من 130 إلى 200 يوم وبحسب الرسم (b). المشتقة هي 0 في هذه الأوقات.

حسب الرسم (b) المشتقة أكبر بعد 20 يومًا وأصغر بعد 63 يومًا. وحسب الرسم (a). كان هناك 1700 وحوالي 1300 أرنب على التوالي في هذه الأوقات.

بين أن المشتقة لجهة اليمين عند 1 غير موجودة.

$$\lim_{h\to 0^+}\frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \lim_{h\to 0^+}\frac{3(1+h)-(1)^2}{h}$$
$$= \lim_{h\to 0^+}\frac{2+3h}{h} = \lim_{h\to 0^+}\left(\frac{2}{h}+3\right)$$ (غير موجودة)

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

$$y' = \frac{d}{d\theta}(\theta \tan\theta) \qquad (13)$$
$$= \theta \frac{d}{d\theta}(\tan\theta) + (\tan\theta)\frac{d}{d\theta}(\theta)$$
$$= \theta \sec^2\theta + \tan\theta$$
$$y'' = \frac{d}{d\theta}(\theta \sec^2\theta + \tan\theta)$$
$$= \theta \frac{d}{d\theta}[(\sec\theta)(\sec\theta)] + (\sec^2\theta)\frac{d}{d\theta}(\theta) + \frac{d}{d\theta}(\tan\theta)$$
$$= \theta\left[(\sec\theta)\frac{d}{d\theta}(\sec\theta) + (\sec\theta)\frac{d}{d\theta}(\sec\theta)\right] + \sec^2\theta + \sec^2\theta$$
$$= 2\theta \sec^2\theta \tan\theta + 2\sec^2\theta$$
$$= (2\theta \tan\theta + 2)(\sec^2\theta)$$

بالكتابة بحسب دالة الجيب و جيب التمام.

$$= \frac{2 + 2\theta\tan\theta}{\cos^2\theta}$$
$$= \frac{2\cos\theta + 2\theta\sin\theta}{\cos^3\theta}$$

(14) رتب الشط.

$$\frac{d}{dx}\sin x = \cos x \qquad \frac{d^5}{dx^5}\sin x = \cos x$$
$$\frac{d^2}{dx^2}\sin x = -\sin x \qquad \frac{d^6}{dx^6}\sin x = -\sin x$$
$$\frac{d^3}{dx^3}\sin x = -\cos x \qquad \frac{d^7}{dx^7}\sin x = -\cos x$$
$$\frac{d^4}{dx^4}\sin x = \sin x \qquad \frac{d^8}{dx^8}\sin x = \sin x$$

لاحظ الشط, نلاحظ أن $\frac{d^n}{dx^n}\sin x = \cos x$ عندما تكون $n = 4k + 1$ لأي عدد كلي حيث إن $725 = 4(181) + 1$

$$\frac{d^{725}}{dx^{725}}\sin x = \cos x$$

$$\frac{d}{dx}(\cos 2x) = \frac{d}{dx}[\cos x \cos x - \sin x \sin x]$$
$$= \left[\cos x \frac{d}{dx}\cos x + \cos x \frac{d}{dx}\cos x\right] - \left[\sin x \frac{d}{dx}\sin x + \sin x \frac{d}{dx}\sin x\right]$$
$$= 2\cos x(-\sin x) - 2\sin x \cos x$$
$$= -4\sin x \cos x = -2\sin(2x)$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\cos h - 1}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{(\cos h - 1)(\cos h + 1)}{h(\cos h + 1)}$$
$$= \lim_{h\to 0}\frac{\cos^2 h - 1}{h(\cos h + 1)} = -\lim_{h\to 0}\frac{\sin^2 h}{h(\cos h + 1)}$$
$$= -\left(\lim_{h\to 0}\frac{\sin h}{h}\right)\left(\lim_{h\to 0}\frac{\sin h}{\cos h + 1}\right) = (-1)\left(\frac{0}{2}\right) = 0$$

السرعة المتجهة $S'(t) = \cos t - \sin t$ m/sec

السرعة $|S'(t)| = |\cos t - \sin t|$ m/sec

التجاذب $S''(t) = -\sin t - \cos t$ m/sec^2

الهزة $S'''(t) = -\cos t + \sin t$ m/sec^3

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

إجابات المجموعة B

$$\frac{d}{dx}(1+x-\cos x)=0+1-(-\sin x)=1+\sin x \quad (1)$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}+5\sin x\right)=-\frac{1}{x^2}+5\cos x \quad (2)$$

$$\frac{d}{dx}(3x+x\tan x)=\frac{d}{dx}(3x)+\left[x\frac{d}{dx}(\tan x)+(\tan x)\frac{d}{dx}(x)\right] \quad (3)$$
$$=3+x\sec^2 x+\tan x$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{4}{\cos x}\right)=\frac{d}{dx}(4\sec x)=4\sec x\tan x \quad (4)$$

$$\frac{d}{dx}\frac{x}{1+\cos x}=\frac{(1+\cos x)\frac{d}{dx}(x)-x\frac{d}{dx}(1+\cos x)}{(1+\cos x)^2} \quad (5)$$
$$=\frac{1+\cos x+x\sin x}{(1+\cos x)^2}$$

$$y'(x)=\frac{d}{dx}(\sin x+3)=\cos x \quad (6)$$
$$y'(\pi)=\cos\pi=-1$$

ميل خط المماس -1 ويمر عبر $(\pi,\sin\pi+3)=(\pi,3)$

المعادلة هي $y=-1(x-\pi)+3$ أو $y=-x+\pi+3$

$$y'(x)=\frac{d}{dx}(x^2\sin x)=x^2\frac{d}{dx}(\sin x)+(\sin x)\frac{d}{dx}(x^2) \quad (7)$$
$$=x^2\cos x+2x\sin x$$
$$y'(3)=9\cos 3+6\sin 3$$

ميل خط المماس $9\cos 3+6\sin 3$

ويمر عبر $(3,9\sin 3)$. المعادلة هي $y=(9\cos 3+6\sin 3)(x-3)+9\sin 3$ أو

باستخدام الكسر العشري تصبح هذه المعادلة $y=(9\cos 3+6\sin 3)x-27\cos 3-9\sin 3$

تقريبًا $y=-8.063x+25.460$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\cos(x+h)-\cos x}{h} \quad (8)$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{(\cos x\cos h-\sin x\sin h)-\cos x}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{\cos x(\cos h-1)-\sin x\sin h}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}(\cos x)\frac{\cos h-1}{h}-(\sin x)\frac{\sin h}{h}$$
$$=(\cos x)\left(\lim_{h\to 0}\frac{\cos h-1}{h}\right)-(\sin x)\left(\lim_{h\to 0}\frac{\sin h}{h}\right)$$
$$=(\cos x)(0)-(\sin x)(1)=-\sin x$$

$\frac{d}{dx}\tan x=\sec^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}$ (9) تساوي أيضًا 0.

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

(ب) السرعة المتجهة $-2\cos\frac{\pi}{4} = -\sqrt{2}$ m/sec

السرعة $|-\sqrt{2}| = \sqrt{2}$ m/sec

العجلة $2\sin\frac{\pi}{4} = \sqrt{2}$ m/sec^2

الهزة $2\cos\frac{\pi}{4} = \sqrt{2}$ m/sec^3

(ج) يبدأ الجسم بالحركة عند $t = 2$ s، يتجه نحوه ثم يتراجع بين 0 و 4.

السرعة هي بأقصاها عندما تكون $\cos t = \pm 1$ أو ($t = k\pi$) عند مركز فترة الحركة.

هي صفر عندما تكون $\cos t = 0$ (أو $t = \frac{k\pi}{2}$ و k عدد فردي) عند النقاط الطرفية لفترة الحركة.

العجلة هي بأقصاها (بمقدار) عندما تكون $\sin t = \pm 1$ (أو $t = \frac{k\pi}{2}$ و k عدد فردي).

هي صفر عندما تكون $\sin t = 0$ (أو $t = k\pi$).

الهزة هي بأقصاها (بمقدار) عندما تكون $\cos t = \pm 1$ (أو، $t = k\pi$.

هي صفر عندما تكون $\cos t = 0$ (أو $t = \frac{k\pi}{2}$ و k عدد فردي).

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

لا تساوي أبدًا 0. $\frac{d}{dx}\cot x = -\csc^2 x = -$

$$y'(x) = \frac{d}{dx}(\sqrt{2}\cos x) = -\sqrt{2}\sin x$$

$$y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4} = -\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -1$$

خط المماس -1 ويمر عبر $\left(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4}\right) = \left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$. إذًا المعادلة هي $y = -x + \frac{\pi}{4} + 1$ أو

$$y = -1\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

الخط العمودي 1 ويمر عبر $\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$ إذًا المعادلة هي $y = x + 1 - \frac{\pi}{4}$ أو $y = 1\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$.

$$y'(x) = \frac{d}{dx}(4 + \cot x - 2\csc x)$$

$$= 0 - \csc^2 x + 2\csc x \cot x$$

$$= -\csc^2 x + 2\csc x \cot x$$

$$y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\csc^2\frac{\pi}{2} + 2\csc\frac{\pi}{2}\cot\frac{\pi}{2}$$

$$= -1^2 + 2(1)(0) = -1$$

ميل خط المماس -1 ويمر عبر $P\left(\frac{\pi}{2}, 2\right)$.

المعادلة هي $y = -1\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 2$ أو $y = -x + \frac{\pi}{2} + 2$

$$y'(x) = 0$$

$$-\csc^2 x + 2\csc x \cot x = 0$$

$$-\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{2\cos x}{\sin^2 x} = 0$$

$$\frac{1}{\sin^2 x} + (2\cos x - 1) = 0$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3} \quad (Q \text{ الفترة } x \text{ في})$$

$$y\left(\frac{\pi}{3}\right) = 4 + \cot\frac{\pi}{3} - 2\csc\frac{\pi}{3}$$

$$= 4 + \frac{1}{\sqrt{3}} - 2\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$$

$$= 4 - \frac{3}{\sqrt{3}} = 4 - \sqrt{3}$$

إحداثيات Q هي $\left(\frac{\pi}{3}, 4 - \sqrt{3}\right)$ معادلة الخط الأفقي هي $y = 4 - \sqrt{3}$.

$$y' = \frac{d}{dx}\csc x = -\csc x \cot x$$

$$y'' = \frac{d}{dx}(-\csc x \cot x)$$

$$= -(\csc x)\frac{d}{dx}(\cot x) - (\cot x)\frac{d}{dx}(\csc x)$$

$$= -(\csc x)(-\csc^2 x) - (\cot x)(-\csc x \cot x)$$

$$= \csc^3 x + \csc x \cot^2 x$$

82

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

السرعة عند $t=\frac{\pi}{4}$ هي $|-10|=10$

$a(t)=V'(t)=-10\cos\left(t+\frac{\pi}{4}\right)$ عند $t=\frac{\pi}{4}$ نحصل على $a\left(\frac{\pi}{4}\right)=-10\cos\frac{\pi}{2}=0$ التعجيل

$$\frac{ds}{dt}=64-$$

$$\frac{d^2s}{dt^2}=-32$$

$\frac{ds}{dt}=0\Rightarrow 64-32t\Rightarrow t=2\sec$ عندما يحصل الارتفاع الأقصى

$\frac{ds}{dt}=64-5.2t$ تصل الكرة إلى الارتفاع الأقصى عندما $\frac{ds}{dt}=0$

$64-5.2t=0$

$t\approx 12.3\sec$

الارتفاع الأقصى: 393.8 ft

$160=490$ تأخذ من الوقت: $\frac{4}{7}\sec$ متوسط السرعة $\frac{160}{\frac{4}{7}}=280\ \text{cm/sec}$

$V(t)=\frac{ds}{dt}=980t$ السرعة المتجهة $980\left(\frac{4}{7}\right)=560\ \text{cm/sec}$ والعجلة $a(t)=\frac{dV}{dt}=980$ ثبت أن

980 cm/sec

$$\frac{d}{dx}(y^2)-\frac{d}{dx}(2x)-\frac{d}{dx}(4y)-\frac{d}{dx}(1)$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{y-2}$$

المماس عند $(-2,1)$ هو -1

معادلة المماس $y=-x-1$

معادلة العمودي $y=x+3$

$$\frac{dy}{dx}=2\frac{d}{dx}\sin(\pi x-$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{2\pi\cos(\pi x-}{1+2\cos(\pi x-}$$

المماس عند $(1,0)$ هو 2π

معادلة المماس $y=2\pi x-2\pi$

معادلة العمودي $y=\frac{-x}{2\pi}+\frac{1}{2\pi}$

$$\frac{dy}{dx}=y'=$$

معادلة المماس عند $(1,2)$ $y=-\frac{1}{4}x+\frac{9}{4}$

معادلة العمودي $y=4x-2$

$$\frac{dy}{dx}=y'=-2\sqrt{\frac{x}{x}}$$

معادلة المماس عند $(4,1)$ $y=-\frac{5}{4}x+6$

معادلة العمودي $y=\frac{4}{5}x-\frac{11}{5}$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

(c) $\frac{d}{dx}g(f(x)) = g'(f(x))f'(x)$

$g'(f(-1))f'(-1) = g'(0)f'(-1) = (4)(2) = 8$ المشتقة هي $x =$

(d) $\frac{d}{dx}f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$

$f'(g(-1))g'(-1) = f'(-1)g'(-1) = (2)(1) = 2$ المشتقة هي $x =$

(e) $\frac{d}{dx}\frac{f(x)}{g(x)+2} = \frac{(g(x)+2)f'(x) - f(x)g'(x)}{(g(x)+2)^2}$

$\frac{(g(0)+2)f'(0) - f(0)g'(0)}{(g(0)+2)^2} = \frac{(-3+2)(-2) - (-1)(4)}{(-3+2)^2} = 6$ المشتقة هي $x =$

(f) $\frac{d}{dx}g(x+f(x)) = g'(x+f(x))\frac{d}{dx}(x+f(x)) = g'(x+f(x))(1+f'(x))$

$g'(0+f(0))[1+f'(0)] = g'(0-1)[1+(-2)] = (1)(-1) = -1$ المشتقة هي $x =$

(51) $\frac{dw}{ds} = \frac{dw}{dr}\frac{dr}{ds} = \frac{d}{dr}\left[\sin(\sqrt{r}-2)\right]\frac{d}{ds}\left[8\sin\left(s+\frac{\pi}{6}\right)\right] = \left[\cos(\sqrt{r}-2)\frac{1}{2\sqrt{r}}\right]\left[8\cos\left(s+\frac{\pi}{6}\right)\right]$

$\frac{dw}{ds} = \left[\cos(\sqrt{4}-2)\frac{1}{2\sqrt{4}}\right]\left[8\cos\left(0+\frac{\pi}{6}\right)\right]$ $r = 8\sin\left(0+\frac{\pi}{6}\right) = 4$ لدينا $s =$

$= \left(\frac{\cos 0}{4}\right)\left(8\cos\frac{\pi}{6}\right) = \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{8\sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{3}$

$\theta^2 t + \theta$ لكل t نحصل على $t = \frac{1-\theta}{\theta^2} = \theta^{-2} - \theta^{-1}$ ونكتب

$\frac{dr}{d\theta} = \frac{dr}{dt}\frac{dt}{d\theta}$

$\frac{d}{d\theta}(\theta^2+7)^{1/3} = \frac{dr}{dt}\frac{d}{d\theta}(\theta^{-2} - \theta^{-1})$

$\frac{1}{3}(\theta^2+7)^{-2/3}(2\theta) = \left(\frac{dr}{dt}\right)(-2\theta^{-3} + \theta^{-2})$, $\frac{dr}{dt} = \frac{2\theta(\theta^2+7)^{-2/3}}{3(-2\theta^{-3}+\theta^{-2})} = \frac{2\theta^4(\theta^2+7)^{-2/3}}{3(\theta-2)}$

$\frac{dr}{dt} = \frac{2(1)^4(1^2+7)^{-2/3}}{3(1-2)} = \frac{2(8)^{-2/3}}{-3} = -\frac{1}{6}$ وهكذا $\theta = 1$ نحصل على $\theta^2 t + \theta = 1$ قد نحل $z =$

(53) $\frac{dV}{dx} = \frac{d}{dx}\left[\pi\left(10-\frac{x}{3}\right)\right]x^2 = \frac{d}{dx}\left[\pi\left(10x^2 - \frac{1}{3}x^3\right)\right] = \pi(20x - x^2)$

(iii) الرسم البياني

(i) الرسم البياني

(ii) الرسم البياني

$s(0) = 10\cos\frac{\pi}{4} = 5\sqrt{2}$

$\cos\left(t+\frac{\pi}{4}\right) = -1 \Rightarrow s(t) = -10$ الأبعد إلى اليسار عندما

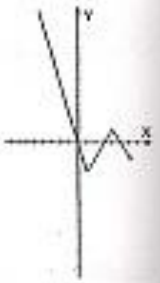
$\cos\left(t+\frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow s(t) = 10$ الأبعد إلى اليمين عندما

$t = \frac{\pi}{4}$ حيث إن $\cos\frac{\pi}{2} = 0$ يصل الجسيم إلى نقطة الأصل عند

$V\left(\frac{\pi}{4}\right) = -10\sin\frac{\pi}{2} = -10$ نحصل على $t = \frac{\pi}{4}$ عند $V(t) = -10\sin\left(t+\frac{\pi}{4}\right)$ السرعة المتجهة

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

المنحنى عبر $(-1, 2)$ وله ميل -2 لـ $x < 1$ وميله 1 لـ $1 < x < 4$ وميله -1 لـ $4 < x < 6$



(49) (a) $\frac{d}{dx}\left[\sqrt{x}f(x)\right] = \sqrt{x}f'(x) + \frac{1}{2\sqrt{x}}f(x)$

$$\sqrt{1}f'(1) + \frac{1}{2\sqrt{1}}f(1) = 1\left(\frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)(-3) = -\frac{13}{10}$$ المشتقة هي

(b) $\frac{d}{dx}\sqrt{f(x)} = \frac{1}{2\sqrt{f(x)}}f'(x) = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$

$$\frac{f'(0)}{2\sqrt{f(0)}} = -\frac{2}{2\sqrt{9}} = -\frac{1}{3}$$ المشتقة هي

(c) $\frac{d}{dx}f(\sqrt{x}) = f'(\sqrt{x})\frac{d}{dx}\sqrt{x} = \frac{f'(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$

$$\frac{f'(\sqrt{1})}{2\sqrt{1}} = \frac{f'(1)}{2} = \frac{\frac{1}{5}}{2} = \frac{1}{10}$$ المشتقة هي

(d) $\frac{d}{dx}f(1 - 5\tan x) = f'(1 - 5\tan x)(-5\sec^2 x)$

$$f'(1 - 5\tan 0)(-5\sec^2 0) = f'(1)(-5) = \left(\frac{1}{5}\right)(-5) = -1$$ المشتقة هي

(e) $\frac{d}{dx}\frac{f(x)}{2 + \cos x} = \frac{(2 + \cos x)(f'(x)) - (f(x)(-\sin x))}{(2 + \cos x^2)}$

$x = 0$, $\frac{(2 + \cos 0)(f'(0)) - (f(0)(-\sin 0))}{(2 + \cos 0^2)} = -\frac{2}{3}$

(f) $\frac{d}{dx}\left[10\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)f^2(x)\right] = 10\left(\sin\frac{\pi x}{2}\right)(2f(x)f'(x)) + 10f^2(x)\left(\cos\frac{\pi x}{2}\right)\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$$= 20f(x)f'(x)\sin\frac{\pi x}{2} + 5\pi f^2(x)\cos\frac{\pi x}{2}$$

$20f(1)f'(1)\sin\frac{\pi}{2} + 5\pi f^2(1)\cos\frac{\pi}{2} = 20(-3)\left(\frac{1}{5}\right)(1) + 5\pi(-3)^2(0) = -12$ المشتقة هي

(50) (a) $\frac{d}{dx}\left[3f(x) - g(x)\right] = 3f'(x) - g'(x)$

$3f'(-1) - g'(-1) = 3(2) - 1 = 5$ المشتقة هي

(b) $\frac{d}{dx}\left[f^2(x)g^3(x)\right] = f^2(x)3g^2(x)g'(x) + g^3(x)2f(x)f'(x)$

$$= f(x)g^2(x)\left[3f(x)g'(x) + 2g(x)f'(x)\right]$$

المشتقة هي

$f(0)g^2(0)\left[3f(0)g'(0) + 2g(0)f'(0)\right] = (-1)(-3)^2\left[3(-1)(4) + 2(-3)(-2)\right] = -9(-12 + 12) = 0$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

لأن كلا النهايتين من كل جهة لـ $x \to 1$، هي مساوية لـ $f(1) = 1$.

لأن المشتقة من جهة اليسار عند $x = 1$ هي $1+$ والمشتقة لجهة اليمين عند $x = 1$ هي -1

الدالة متصلة لكل قيم m لأن النهاية لجهة اليمين عند $x \to 0$ هي مساوية لـ $f(0) = 0$ لأي قيمة لـ m

المشتقة لجهة اليسار عند $x = 0$ هي $2\cos(2.0) = 2$. والمشتقة لجهة اليمين عند $x = 0$ هي m. إذاً، لتكون

الدالة معرفة عند $x = 0$ يجب أن تكون $m = 2$

لكل قيم $x \neq 0$ (ب) عند $x = 0$ (جـ) غير موجودة

لكل قيم x (ب) غير موجودة (جـ) غير موجودة

$$\lim_{x \to 0^+}(fx) = \lim_{x \to 0^+}(2x - 3) = -3 \quad \text{و} \quad \lim_{x \to 0^-}(fx) = \lim_{x \to 0^-}(x - 3) = -3$$ أن

$$f'(x)\begin{cases} 2, & -1 \le x < 0 \\ 1, & 0 < x \le 4 \end{cases}$$ هذه القيم تتوافق مع $f(0)$. الدالة متصلة عند $x = 0$ في المقابل

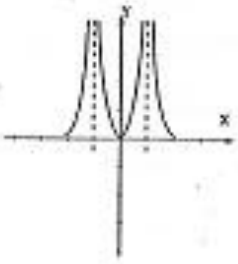
الدالة غير معرفة عند $x = 0$

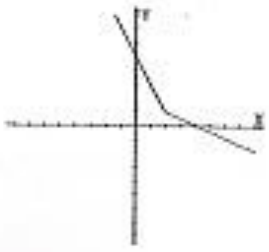
$[-1, 0] \cup [0,$ (ب) عند $x = 0$ (جـ) غير موجودة في مجالها

$(-2, 0) \cup (2,$ (ب) غير موجودة (جـ) غير موجودة في مجالها

(45) $y = f'(x)$

(46) $y = f'(x)$





المنحنى عبر $(0, 5)$ وله ميل -2 لـ $x < 2$ وميله $-0,5$ لـ $x > 2$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

$y = 2\cos\frac{3\pi}{4} = -\sqrt{2}, \quad \frac{dy}{dx} = -\tan\frac{3\pi}{4} = 1$

معادلة المماس هي $y = 1(x - \sqrt{2}) + (-\sqrt{2})$ أو $y = x - 2\sqrt{2}$

(36) $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{4\cos t}{-3\sin t} = -\frac{4}{3}\cot t$

عندما $x = 3\cos\frac{3\pi}{4} = -\frac{3\sqrt{2}}{2}$

$y = 4\sin\frac{3\pi}{4} = 2\sqrt{2}, \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{4}{3}\cot\frac{3\pi}{4} = \frac{4}{3}$

معادلة المماس هي $y = \frac{4}{3}\left(x + \frac{3\sqrt{2}}{2}\right) + 2\sqrt{2}$ أو $y = \frac{4}{3}x + 4\sqrt{2}$

(37) $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{5\sec^2 t}{3\sec t\tan t} = \frac{5\sec t}{3\tan t} = \frac{5}{3\sin t}$

عندما $x = 3\sec\frac{\pi}{6} = 2\sqrt{3}$

$y = 5\tan\frac{\pi}{6} = \frac{5\sqrt{3}}{3}, \quad \frac{dy}{dx} = \frac{5}{3\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{10}{3}$

معادلة المماس هي $y = \frac{10}{3}(x - 2\sqrt{3}) + \frac{5\sqrt{3}}{3}$ أو $y = \frac{10}{3}x - 5\sqrt{3}$

(38) $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{1 + \cos t}{-\sin t}$

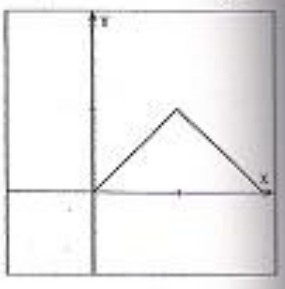
عندما $x = \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$y = -\frac{\pi}{4} + \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1 + \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)}{-\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)} = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2} + 1$

معادلة المماس هي $y = (\sqrt{2} + 1)\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}$ أو $y = (1 + \sqrt{2})x - \sqrt{2} - 1 - \frac{\pi}{4}$

المعادلة التقريبية هي $y = 2.414x - 3.200$



By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

$y = \frac{2}{\sqrt{3}}x - \sqrt{3}$ أو $y = \frac{2}{\sqrt{3}}(x-3) + \sqrt{3}$ المماس

$y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{5\sqrt{3}}{2}$ أو $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}(x-3) + \sqrt{3}$ العمودي

(32) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(4 + \cot x - 2\csc x) = -\csc^2 x + 2\csc x \cot x$

$y = 4 + \cot\frac{\pi}{2} - 2\csc\frac{\pi}{2} = 4 + 0 - 2 = 2$

$\frac{dy}{dx} = -\csc^2\frac{\pi}{2} + 2\csc\frac{\pi}{2}\cot\frac{\pi}{2} = -1 + 2(1)(0) = -1$ نحصل على $x = \frac{\pi}{2}$

$y = -x + \frac{\pi}{2} + 2$ أو $y = -1\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 2$ المماس

$y = x - \frac{\pi}{2} + 2$ أو $y = 1\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 2$ العمودي

$x^2 + 2y^2 = 9$ استخدم الاشتقاق الضمني

$\frac{d}{dx}(x^2) + \frac{d}{dx}(2y^2) = \frac{d}{dx}(9)$

$2x + 4y\frac{dy}{dx} = 0$

$\frac{dy}{dx} = -\frac{2x}{4y} = -\frac{x}{2y}$

$-\frac{1}{2(2)} = -\frac{1}{4}$ $(1,2)$

$y = -\frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$ أو $y = -\frac{1}{4}(x-1) + 2$ المماس

$y = 4x - 2$ أو $y = 4(x-1) + 2$ العمودي

$x + \sqrt{xy} = 6$ استخدم الاشتقاق الضمني

$\frac{d}{dx}(x) + \frac{d}{dx}(\sqrt{xy}) = \frac{d}{dx}(6)$

$1 + \frac{1}{2\sqrt{xy}}\left[(x)\left(\frac{dy}{dx}\right) + (y)(1)\right] = 0$

$\frac{x}{2\sqrt{xy}}\frac{dy}{dx} = -1 - \frac{y}{2\sqrt{xy}}$, $\frac{dy}{dx} = \frac{2\sqrt{xy}}{x}\left(-1 - \frac{y}{2\sqrt{xy}}\right) = -2\sqrt{\frac{y}{x}} - \frac{y}{x}$

$-2\sqrt{\frac{1}{4}} - \frac{1}{4} = -\frac{2}{2} - \frac{1}{4} = -\frac{5}{4}$ $(4,1)$

$y = -\frac{5}{4}x + 6$ أو $y = -\frac{5}{4}(x-4) + 1$ المماس

$y = \frac{4}{5}x - \frac{11}{5}$ أو $y = \frac{4}{5}(x-4) + 1$ العمودي

(35) $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{-2\sin t}{2\cos t} = -\tan t$

$x = 2\sin\frac{3\pi}{4} = \sqrt{2}$ لدينا $t = \frac{3\pi}{4}$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

(27) $y^3 + y = 2\cos x$

$$\frac{d}{dx}(y^3) + \frac{d}{dx}(y) = \frac{d}{dx}(2\cos x)$$

$$3y^2y' + y' = -2\sin x$$

$$(3y^2 + 1)y' = -2\sin x$$

$$y' = -\frac{2\sin x}{3y^2 + 1}$$

$$y'' = \frac{d}{dx}\left(-\frac{2\sin x}{3y^2 + 1}\right) = -\frac{(3y^2 + 1)(2\cos x) - (2\sin x)(6yy')}{(3y^2 + 1)^2}$$

$$= -\frac{(3y^2 + 1)(2\cos x) - (12y\sin x)\left(-\frac{2\sin x}{3y^2 + 1}\right)}{(3y^2 + 1)^2} = -2\frac{(3y^2 + 1)^2\cos x + 12y\sin^2 x}{(3y^2 + 1)^3}$$

(28) $x^{1/3} + y^{1/3} = 4$

$$\frac{d}{dx}(x^{1/3}) + \frac{d}{dx}(y^{1/3}) = \frac{d}{dx}(4)$$

$$\frac{1}{3}x^{-2/3} + \frac{1}{3}y^{-2/3}y' = 0$$

$$y' = -\frac{x^{-2/3}}{y^{-2/3}} = -\left(\frac{y}{x}\right)^{2/3}$$

$$y'' = \frac{d}{dx}\left[-\left(\frac{y}{x}\right)^{2/3}\right] = -\frac{2}{3}\left(\frac{y}{x}\right)^{-1/3}\left(\frac{xy' - (y)(1)}{x^2}\right)$$

$$= -\frac{2}{3}\left(\frac{y}{x}\right)^{-1/3}\left(\frac{(x)\left[-\left(\frac{y}{x}\right)^{2/3}\right] - y}{x^2}\right) = -\frac{2}{3}x^{1/3}y^{-1/3}\left(-x^{-5/3}y^{2/3} - x^{-2}y\right)$$

$$= \frac{2}{3}x^{-4/3}y^{1/3} + \frac{2}{3}x^{-5/3}y^{2/3}$$

(29) $y' = 2x^3 - 3x - 1,$

$y'' = 6x^2 - 3,$

$y^{(3)} = 12,$ (والباقي يساوي صفرًا)

(30) $y' = \frac{x^4}{24},$

$y'' = \frac{x^3}{6},$

$y''' = \frac{x^2}{2},$

$y^{(4)} = x,$

$y^{(5)} = 1$ (والباقي يساوي صفرًا)

(31) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\sqrt{x^2 - 2x} = \frac{1}{2\sqrt{x^2 - 2x}}(2x - 2) = \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 2x}}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{3 - 1}{\sqrt{3^2 - 2(3)}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ ، $y = \sqrt{3^2 - 2(3)} = \sqrt{3}$ نحصل على

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

الاشتقاق الضمني

$$\sqrt{xy} = 1$$
$$\frac{d}{dx}\sqrt{xy} = \frac{d}{dx}(1)$$
$$\frac{1}{2\sqrt{xy}}\left[x\frac{dy}{dx} + (y)(1)\right] = 0$$
$$x\frac{dy}{dx} + y = 0$$
$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$$

الاشتقاق الضمني

$$y^2 = \frac{x}{x+1}$$
$$\frac{d}{dx}y^2 = \frac{d}{dx}\frac{x}{x+1}$$
$$2y\frac{dy}{dx} = \frac{(x+1)(1)-(x)(1)}{(x+1)^2}$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2y(x+1)^2}$$

(25) $x^3 + y^3 = 1$

$$\frac{d}{dx}(x^3) + \frac{d}{dx}(y^3) = \frac{d}{dx}(1)$$
$$3x^2 + 3y^2y' = 0$$
$$y' = -\frac{x^2}{y^2}$$
$$y'' = \frac{d}{dx}\left(-\frac{x^2}{y^2}\right) = -\frac{(y^2)(2x)-(x^2)(2y)(y')}{y^4}$$
$$= -\frac{(y^2)(2x)-(x^2)(2y)\left(-\frac{x^2}{y^2}\right)}{y^4} = -\frac{2xy^3+2x^4}{y^5}$$
$$= -\frac{2x(x^3+y^3)}{y^5} = -\frac{2x}{y^5}$$

$x^3 + y^3 =$

(26) $y^2 = 1 - \frac{2}{x}$

$$\frac{d}{dx}(y^2) = \frac{d}{dx}(1) - \frac{d}{dx}\left(\frac{2}{x}\right)$$
$$2yy' = \frac{2}{x^2}$$
$$y' = \frac{2}{x^2(2y)} = \frac{1}{x^2y}$$
$$y'' = \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2y}\right) = -\frac{1}{(x^2y)^2}\frac{d}{dx}(x^2y) = -\frac{1}{(x^2y)^2}\left[(x^2)(y') + (y)(2x)\right]$$
$$= -\frac{1}{(x^2y)^2}\left[(x^2)\left(\frac{1}{x^2y}\right) + 2xy\right] = -\frac{1}{x^4y^2}\left(\frac{1}{y} + 2xy\right) = -\frac{1+2xy^2}{x^4y^3}$$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

(15) $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{1}{\sqrt{x-1}}\sin x - 2\cos x\sqrt{x-1}}{\sin^2 x} = \frac{\sin x - 2(x-1)\cos x}{\sin^2 x\sqrt{x-1}}$

(16) $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{\sin^2 x}\sin\left(\frac{1}{\sin x}\right)$

(17) $\frac{dr}{d\theta} = \frac{d}{d\theta}\left(\frac{1+\sin\theta}{1-\cos\theta}\right)^2$

$= 2\left(\frac{1+\sin\theta}{1-\cos\theta}\right)\left(\frac{(1-\cos\theta)(\cos\theta)-(1+\sin\theta)(\sin\theta)}{(1-\cos\theta)^2}\right)$

$= 2\left(\frac{1+\sin\theta}{1-\cos\theta}\right)\left(\frac{\cos\theta-\cos^2\theta-\sin\theta-\sin^2\theta}{(1-\cos\theta)^2}\right)$

$= 2\left(\frac{1+\sin\theta}{1-\cos\theta}\right)\left(\frac{\cos\theta-\sin\theta-1}{(1-\cos\theta)^2}\right)$

ت إن $y = \sqrt{\frac{1-x}{1+x^2}}$ معرفة لكل قيم $x < 1$ و

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{\frac{1-x}{1+x^2}}}\frac{(1+x^2)(-1)-(1-x)(2x)}{(1+x^2)^2}$

$= \frac{x^2-2x-1}{2\sqrt{1-x}(1+x^2)^{3/2}}$

ة للاشتقاق لكل قيم $x < 1$

ت إن $y = (2x-7)^{-1}(x+5) = \frac{x+5}{2x-7}$ معرفة لكل قيم $x \neq \frac{7}{2}$.

الدالة قابلة للاشتقاق لكل قيم $x \neq \frac{7}{2}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{(2x-7)(1)-(x+5)(2)}{(2x-7)^2} = -$ $(2x$

ت إن $y = \sin x - x\cos x$ معرفة لكل الأعداد الحقيقية لـ x

الدالة قابلة للاشتقاق لكل الأعداد الحقيقية لكل x $\frac{dy}{dx} = \cos x - x(-\sin x) - (\cos x)(1) = x$

ستخدم الاشتقاق الضمني $xy + 2x + 3y = 1$

$\frac{d}{dx}(xy) + \frac{d}{dx}(2x) + \frac{d}{dx}(3y) = \frac{d}{dx}(1)$

$x\frac{dy}{dx} + (y)(1) + 2 + 3\frac{dy}{dx} = 0$

$(x+3)\frac{dy}{dx} = -(y+2)$

$\frac{dy}{dx} = -\frac{y+2}{x+3}$

ستخدم الاشتقاق الضمني $5x^{4/5} + 10^{6/5} = 15$

$\frac{d}{dx}(5x^{4/5}) + \frac{d}{dx}(10y^{6/5}) = \frac{d}{dx}(15)$

$4x^{-1/5} + 12y^{1/5}\frac{dy}{dx} = 0$

$\frac{dy}{dx} = -\frac{4x^{-1/5}}{12y^{1/5}} = -\frac{1}{3(xy)^{1/5}}$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

(1) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(x^5 - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x\right) = 5x^4 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$

(2) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(3 - 7x^3 + 3x^7) = -21x^2 + 21x^6$

(3) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(2\sin x \cos x)$

$= 2(\sin x)\frac{d}{dx}(\cos x) + 2(\cos x)\frac{d}{dx}(\sin x) = -2\sin^2 x + 2\cos^2 x$

$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(2\sin x \cos x) = \frac{d}{dx}\sin 2x = (\cos 2x)(2)$

$= 2\cos 2x$

(4) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\frac{2x+1}{2x-1} = \frac{(2x-1)(2) - (2x+1)(2)}{(2x-1)^2} = -\frac{4}{(2x-1)^2}$

(5) $\frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}\cos(1-2t) = -\sin(1-2t)(-2) = 2\sin(1-2t)$

(6) $\frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}\cot\left(\frac{2}{t}\right) = -\csc^2\left(\frac{2}{t}\right)\frac{d}{dt}\left(\frac{2}{t}\right) = -\csc^2\left(\frac{2}{t}\right)\left(-\frac{2}{t^2}\right) = \frac{2}{t^2}\csc^2\left(\frac{2}{t}\right)$

(7) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\sqrt{x} + 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) = \frac{d}{dx}(x^{1/2} + 1 + x^{-1/2})$

$= \frac{1}{2}x^{-1/2} - \frac{1}{2}x^{-3/2} = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2x^{3/2}}$

(8) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x\sqrt{2x+1}) = (x)\left(\frac{1}{2\sqrt{2x+1}}\right)(2) + (\sqrt{2x+1})(1)$

$= \frac{x + (2x+1)}{\sqrt{2x+1}} = \frac{3x+1}{\sqrt{2x+1}}$

(9) $\frac{dr}{d\theta} = \frac{d}{d\theta}\sec(1+3\theta) = \sec(1+3\theta)\tan(1+3\theta)(3)$

$= 3\sec(1+3\theta)\tan(1+3\theta)$

(10) $\frac{dr}{d\theta} = \frac{d}{d\theta}\tan^2(3-\theta^2)$

$= 2\tan(3-\theta^2)\frac{d}{d\theta}\tan(3-\theta^2)$

$= 2\tan(3-\theta^2)\sec^2(3-\theta^2)(-2\theta) = -4\theta\tan(3-\theta^2)\sec^2(3-\theta^2)$

(11) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^2\csc 5x)$

$= (x^2)(-\csc 5x \cot 5x)(5) + (\csc 5x)(2x) = -5x^2\csc 5x \cot 5x + 2x\csc 5x$

(12) $\frac{dy}{du} = \frac{u}{\sqrt{1-u^2}}\cos\sqrt{1-u^2}$

(13) $\frac{dy}{dt} = 2t\cos 2t - 2(1+t^2)\sin 2t$

(14) $\frac{dy}{dz} = \cos z - z\sin z + \frac{z}{\sqrt{1-z^2}}$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

لاحظ أن $\frac{d}{dx}f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$، إذا كان الرسم البياني لـ $y = f(g(x))$ خط مماس أفقي عند $x =$
$f'(g(1))g'(1) =$. إذًا إما $g'(1) = 0$ أو $f'(g(1)) = 0$. هذا يعني أنه إما الرسم البياني لـ $y = g(x)$،
مماس أفقي عند $x = 1$ أو الرسم البياني لـ $y = f(u)$ خط مماس أفقي عند $u = g(1)$.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-12x - 3y}{3x + 4y + 17} =$$

ميل المماس عند $(-1, 0)$ هو $\frac{6}{7}$

معادلته $y = \frac{6}{7}(x + 1) + 0$

$$y = \frac{6}{7}x - \frac{7}{6}$$

ميل الخط العمودي $y = -\frac{7}{6}(x + 1) + 0$

$$y = -\frac{7}{6}x - \frac{7}{6}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y\sqrt{3} - 2x}{-x\sqrt{3} + 4y} =$$

ميل المماس عند $(\sqrt{3}, 2)$ هو 0

معادلته $y = 2 + 0(x\sqrt{3})$

$$y = 2$$

ميل الخط العمودي $x = \sqrt{3}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2y}{2x + \pi\cos y} =$$

ميل المماس عند $(1, \frac{\pi}{2})$ هو 0

معادلته $y = -\frac{\pi}{2}(x + 1) + \frac{\pi}{2}$

$$y = -\frac{\pi}{2}x + \pi$$

ميل الخط العمودي $x = \frac{2}{\pi}(x - 1) + \frac{\pi}{2}$

$$y = \frac{2}{\pi}x + \frac{\pi}{2} - \frac{2}{\pi}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2y\sin x - \sin 2y}{2x\cos 2y - \cos 2x} =$$

ميل المماس عند $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ هو 2

معادلته $y = 2(x - \frac{\pi}{4}) + \frac{\pi}{2}$

ميل الخط العمودي $x = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\pi}{2}$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{5\pi}{8}$$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

المشتقة عند $x = 1$ $-\frac{2[g'(1)+f'(1)]}{[g(1)+f(1)]^2} = -\frac{2\left(-\frac{8}{2}-\frac{1}{3}\right)}{(-4+3)^2} = -\frac{-6}{-1} = -6$

(g) $\frac{d}{dx}\left[f(x+g(x))\right] = f'(x+g(x))\frac{d}{dx}[x+g(x)]$

$= f'(x+g(x))(1+g'(x))$

المشتقة عند $x = 0$ $f'(0+g(0))(1+g'(0)) = f'(0+1)\left(1+\frac{1}{3}\right) = f'(1)\left(\frac{4}{3}\right) = \left(-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{4}{3}\right) = -\frac{4}{9}$

(37) $y = \sin 2x, y' = (\cos 2x)\frac{d}{dx}(2x) = 2\cos 2x$

الميل عند نقطة الأصل هو 2.

$y = -\sin\frac{x}{2}, y' = \left(-\cos\frac{x}{2}\right)\frac{d}{dx}\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{-1}{2}\cos\frac{x}{2}$

الميل عند نقطة الأصل هو $-\frac{1}{2}$.

حيث إن منحدرات خطوط المماس هي 2 و $-\frac{1}{2}$.

حيث ان المماسات متعامدة فإن المنحنيات تصبح متعامدة.

معادلات خطوط المماس هي $y = 2x$ و $y = -\frac{1}{2}x$

(38) لأن الرموز $\frac{dy}{dx}, \frac{dy}{du}, \frac{du}{dx}$ ليست كسورًا. ليس لكل رمز منفرد dy, dx, du قيم عددية.

(39) (أ) $y'(t) = \frac{d}{dt}37\sin\left[\frac{2\pi}{365}(x-101)\right] + \frac{d}{dt}(25)$

$= 37\cos\left[\frac{2\pi}{365}(x-101)\right]\frac{d}{dx}\left[\frac{2\pi}{365}(x-101)\right] + 0$

$= 37\cos\left[\frac{2\pi}{365}(x-101)\right]\frac{2\pi}{365} = \frac{74\pi}{365}\cos\left[\frac{2\pi}{365}(x-101)\right]$

حيث $\cos u$ هي الأكبر عندما تكون $u = 0, \pm 2\pi$ وهكذا.

$y'(t)$ هي الأكبر عندما تكون $\frac{2\pi}{365}(x-101) = 0$ أو $x = 101$ وترتفع درجة الحرارة في اليوم 101 (أي أبريل).

(ب) معدل الارتفاع هو (درجة/عام) $y'(101) = \frac{74\pi}{365} \approx 0.637$

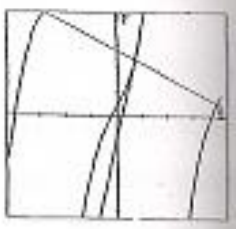
(40) $\frac{dT}{du} = \frac{dT}{dL}\cdot\frac{dL}{du} = \left(\frac{d}{dL}2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\right)(kL) = \left(2\pi\frac{1}{2\sqrt{\frac{L}{g}}}\right)\left(\frac{d}{dL}\frac{L}{g}\right)(kL)$

$= \left(\frac{\pi}{\sqrt{\frac{L}{g}}}\right)\left(\frac{1}{g}\right)(kL) = k\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = \frac{kT}{2}$

(41) لا يناقض ذلك قاعدة السلسلة. تطرح قاعدة السلسلة ذلك إذا كانت دالتين تفاضليتين عند النقطة المناسبة ثم يجب أن تكون دالتهما المركبة تفاضلية أيضًا. لا تقول، إذا كانت المركبة تفاضلية، إذا الدوال المركبة يجب أن تكون كلها تفاضلية.

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

$y = -\frac{1}{\pi}x + \frac{1}{\pi} + 2$ أو $y = \frac{-1}{\pi}(x-1) + 2$ معادلته هي (1, 2) ويمر عبر $-\frac{1}{\pi}$ المستقيم العمودي



(36) (a) $\frac{d}{dx}[5f(x) - g(x)] = 5f'(x) - g'(x)$

$5f'(1) - g'(1) = 5\left(-\frac{1}{3}\right) - \left(-\frac{8}{3}\right) = 1$ عند $x = 1$ المشتقة

(b) $\frac{d}{dx}f(x)g^3(x) = f(x)\frac{d}{dx}g^3(x) + g^3(x)\frac{d}{dx}f(x)$

$= f(x)\left[3g^2(x)\right]\frac{d}{dx}g(x) + g^3(x)f'(x)$

$= 3f(x)g^2(x)g'(x) + g^3(x)f'(x)$

$3f(0)g^2(0)g'(0) + g^3(0)f'(0)$

$= 3(1)(1)^2\left(\frac{1}{3}\right) + (1)^3(5) = 6$ عند $x = 0$ المشتقة

(c) $\frac{d}{dx}\frac{f(x)}{g(x)+1} = \frac{[g(x)+1]\frac{d}{dx}f(x) - f(x)\frac{d}{dx}[g(x)+1]}{[g(x)+1]^2}$

$(1)[g(x)+1]f'(x) - f(x)g'(x) = [g(x)+1]^2$

$\frac{[g(1)+1]f'(1) - f(1)g'(1)}{[g(1)+1]^2} = \frac{(-4+1)\left(-\frac{1}{3}\right) - (3)\left(-\frac{8}{3}\right)}{(-4+1)^2}$ عند $x = 1$ المشتقة

$= \frac{9}{9} = 1$

(d) $\frac{d}{dx}f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$

$f'(g(0))g'(0) = f'(1)g'(0) = \left(-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = -\left(\frac{1}{9}\right)$ عند $x = 0$ المشتقة

(e) $\frac{d}{dx}g(f(x)) = g'(f(x))f'(x)$

$g'(f(0))f'(0) = g'(1)f'(0) = \left(-\frac{8}{3}\right)(5) = -\frac{40}{3}$ عند $x = 0$ المشتقة

(f) $\frac{d}{dx}[g(x)+f(x)]^{-2} = -2[g(x)+f(x)]^{-3}\frac{d}{dx}[g(x)+f(x)] = -\frac{2[g'(x)+f'(x)]}{[g(x)+f(x)]^3}$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in

(ب)

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d}{dt}\,\frac{\cos t}{2t+1}$$

$$= \frac{(2t+1)\frac{d}{dt}(\cos t) - (\cos t)\frac{d}{dt}(2t+1)}{(2t+1)^2}$$

$$= \frac{(2t+1)(-\sin t) - (\cos t)(2)}{(2t+1)^2} = -\frac{(2t+1)(\sin t) + 2\cos t}{(2t+1)^2}$$

(ج) لتكن $u = \frac{dy}{dx}$.

بما أن $\frac{du}{dx} = \frac{du}{dt} \div \frac{dx}{dt}$ إذاً $\frac{du}{dt} = \frac{du}{dx} \div \frac{dx}{dt}$ فإن:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right) \div \frac{dx}{dt}$$

$$= -\frac{(2t+1)(\sin t) + 2\cos t}{(2t+1)^2} \div (2t+1) = -\frac{(2t+1)(\sin t) + 2\cos t}{(2t+1)^3}$$

(د) التعبير هو في السؤال (جـ).

(31)

$$\frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\theta}\,\frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{d\theta}(\cos\theta)\frac{d\theta}{dt}$$

$$= (-\sin\theta)\left(\frac{d\theta}{dt}\right)$$

عندما $t = \frac{3\pi}{2}$ يكون $\theta = 5$ و $\frac{d\theta}{dt} = 5$

$$\frac{ds}{dt} = \left(-\sin\frac{3\pi}{2}\right)(5) = 5$$

(32)

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx}\,\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dx}(x^2 + 7x - 5)\frac{dx}{dt}$$

$$= (2x+7)\left(\frac{dx}{dt}\right)$$

عندما $x = 1$ و $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{3}$ يكون

$$\frac{dy}{dt} = [2(1)+7]\left(\frac{1}{3}\right) = 3$$

(33)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\sin\frac{x}{2} = \left(\cos\frac{x}{2}\right)\frac{d}{dx}\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}$$

بما أن مدى الدالة $f(x) = \frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}$ هو $\left[\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ فإن القيمة الأكبر المحتملة لـ $\frac{dy}{dx}$ هي $\frac{1}{2}$.

(34)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(\sin mx) = (\cos mx)\frac{d}{dx}(mx) = m\cos mx$$

ميل الخط المطلوب $y'(0) = m\cos 0 = m$ ويمر عبر $(0, 0)$ إذاً معادلته هي $y = mx$.

(35)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\,2\tan\frac{\pi x}{4} = \left(2\sec^2\frac{\pi x}{4}\right)\frac{d}{dx}\left(\frac{\pi x}{4}\right)$$

$$= \frac{\pi}{2}\sec^2\left(\frac{\pi x}{4}\right)$$

$$y'(1) = \frac{\pi}{2}\sec^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2}(\sqrt{2})^2 = \pi$$

ميل خط المماس π ويمر عبر $(1, 2\tan\frac{\pi}{4}) = (1, 2)$ معادلته هي: $y = x(x-1) + 2$ أو $y = \pi x - \pi + 2$

By>ma3n a7mad / dar al3looooooom /al3in