مراجعة نهائية للفصل الدراسي الثالث للصف 12ع (2011 / 2012 م)

إذا كانت كلا من الدالتين $G(x)$, $F(x)$ مشتقة عكسية للدالة $f(x)$ حيث :

$$G(x)=\frac{x^2-2e^x}{e^x} \quad , \quad F(x)=x^2\ e^{-x}$$

1) فاوجد قيمة الثابت C التي تختلف به الدالتان $G(x)$, $F(x)$.

2) اثبت أن $f(x)=x\ e^{-x}\ (2-x)$

إذا كانت كلا من الدالتين $G(x)$, $F(x)$ مشتقة عكسية للدالة $f(x)$ المتصله على $[2,6]$ وكان :

$$\int_2^6 (F(x)-G(x))dx=12$$

فاوجد قيمة $\int_2^6 (xF(x)-xG(x)+1)\,dx$

---

5) لتكن $G(x)=\frac{1}{6}(3x+4)^2, F(x)=\frac{3}{2}x^2+4x$ **دالتان كل منهما تمثل دالة المشتقة العكسية للدالة** $f(x)$ **أوجد :-**

(أ) قيمة الثابت c الذي تختلف به الدالتان $F(x), G(x)$

(ب) الدالة $f(x)$

---

6) لتكن $G(x)=\frac{1}{4}(2x^2+4)^2, F(x)=x^2(x^2+4)$

(أ) أثبت أن $F(x), G(x)$ **دالتان كل منهما المشتقة العكسية للدالة** $f(x)$

(ب) أوجد الدالة $f(x)$

إذا كانت $F(x)=\frac{x^2}{x^2+3}$ مشتقة عكسية للدالة $f(x)$

وكذلك $G(x)=\frac{-3}{x^2+3}$ مشتقة عكسية أخرى للدالة $f(x)$

أوجد قيمة الثابت C التي تختلف به $F(x)$ عن $G(x)$

إذا كانت $F(x)=\frac{1}{2}sec^2 x+\ln x$ مشتقة عكسية للدالة $f(x)$

وكذلك $G(x)=\frac{1}{2}tan^2 x+\ln x+\ln e$ مشتقة عكسية أخرى للدالة $f(x)$

أوجد قيمة الثابت C التي تختلف به $F(x)$ عن $G(x)$

---

1) اثبت أن : $F(x)=e^{2x}\ln 3x$

هي مشتقة عكسية للدالة $f(x)=e^{2x}(\frac{1}{x}+\ln 9x^2)$ حيث $x>0$

تحقق من صحة المساواة التالية :

$$\int \frac{e^{x^2}(x^2\ln x^2+1)}{x}\,dx=e^{x^2}\ln x+C \quad \text{حيث } x>0$$

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

مراجعة نهائية للفصل الدراسي الثالث للصف 12ع (2011 / 2012 م)

تعطى السرعة المتجهة لجسيم يتحرك بالمعادلة $V(T) = 8\,e^{-0.02\,t}$ حيث (t) بالثواني $v(t)$

بالأمتار أوجد المسافة التي يقطعها هذا الجسيم بعد نصف دقيقة علماً بأن $S(0) = 0$

إذا كان معدل تغير سرعة الصوت في الهواء بالنسبة لدرجة الحرارة $\mathbf{T}$ يعطي بالعلاقـــــــــة :

$$\frac{dV}{dT} = \frac{1087}{2\sqrt{273}}\,T^{\frac{-1}{2}}$$ حيث $\mathbf{T}$ تقدر بالكلفن

أوجد السرعة V بدلالة درجة الحرارة T (علما بأن سرعة الصوت في الهواء **1087** قدم/ثانية عند درجة حرارة **273** كلفن

إذا كان معد ل تغير حجم الكرة بالنسبة لطول نصف قطرها يعطى بالمعادلة $\frac{dv}{dr} = 4\,\pi\,r^2$

أوجد حجم الكرة كدالة لنصف القطر علماً بأن $v(0) = 0$

في تجربة ما كان معدل التغير في حجم كمية من الغاز V (مقدرة بالمتر المكعب) بالنسبة للضغط الواقع عليها P (مقدرة بالنيوتن / متر مربع) يعطى بالعلاقة $\frac{dV}{dP} = \frac{-a}{P^2}$ **حيث a ثابت و كان $V = 12\ m^3$ عندما $P = \frac{1}{2}\ N/m^2$ أوجد الدالة $V(p)$.**

آلة تصوير قيمتها عند الشراء $R = 2500$ درهم وتتناقص قيمتها بالنسبة للزمن t بمعدل $\frac{dR}{dt} = \frac{-500}{(t+1)^2}$

أوجد قيمة هذه الآلة بعد ثلاث سنوات .

حـــــل المعادلة التفاضلية : $x\,(1-x^2)\,dy + (3x^2 - 1)\,y\,dx = 0$

قام أحمد بزراعة نخلة ولاحظ أنها تنمو بمعدل : متر / سنوياً $\frac{dL}{dt} = 1 + (t+1)^{-2}$

حيث L إرتفاع النخلة بالمتر ، t الزمن بالسنوات ، وبعد سنتين من زراعتها بلغ إرتفاعها **5** أمتار

أ) أوجد ارتفاع النخلة عند بدء زراعتها .

لتكن $y = \frac{\ln x}{x}$, $x \neq 0$

أ) أوجد $\frac{dy}{dx}$

ب) **بالاعتماد على ما توصلت إليه في (أ) أوجد** $\int \frac{\ln x}{x^2}\,dx$

كمية من البروتين كتلتها $\mathbf{m}$ جرام تتحلل إلى أحماض أمينية بمعدل :

جرام / ساعة $\frac{dm}{dt} = -30\,(t+3)^{-2}$ حيث $\mathbf{m}$ الكتلة بالجرام ، $\mathbf{t}$ الزمن بالساعات

أ) أوجد التغير في كتلة البروتين خلال الساعتين الأوليين .

أوجد معادلة الدالة $y = f(x)$ حيث $\frac{d^2y}{dx^2} = 6$ والمماس المرسوم لمنحنى الدالة $f(x)$ عند $(0, 1)$ أفقياً

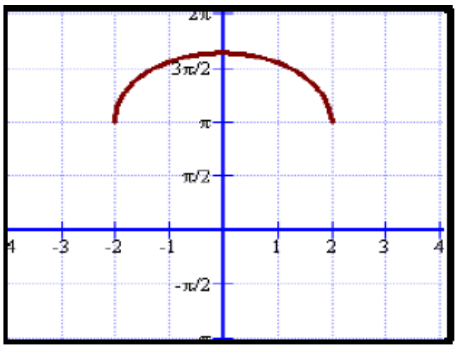
إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

مراجعة نهائية للفصل الدراسي الثالث للصف 12ع (2011 / 2012 م)

اذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على $[1,9]$ وكانت القيمة المتوسطة للدالة f على الفترة $[1,4]$ تساوي 2

وكان $\int_9^4 3f(x)dx = 12$ فأوجد قيمة $\int_1^9 f(x)dx$

) الشكل المقابل يمثل بيان الدالة $y = \pi + \sqrt{4-x^2}$



أوجد القيمة المتوسطة للدالة فى الفترة $[0\ ,\ 2]$

دون إجراء عملية التكامل .

إذا كانت $f(x) = \frac{\pi \sin x}{4}$ أوجـــــد :

اوجد:

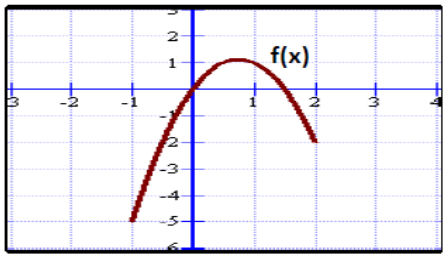
1) القيمة المتوسطة للدالة $f(x)$ في الفترة $[0,\pi]$.

2) عند أي من النقاط في الفترة $[0,\pi]$ تأخذ الدالة هذه القيمة المتوسطة .

ب) إذا علمت أن القيمة المتوسطة للدالة f على الفترة $[1,4]$ يساوي 8 و القيمة المتوسطة للدالة f على الفترة $[4,6]$ يساوي K و القيمة المتوسطة للدالة f على الفترة $[1,6]$ يساوي 18

أوجد قيمة K .

الشكل المقابل يمثل بيان الدالة f(x) على الفترة $[-1\ ,\ 2]$



دون إجراء عملية التكامل إثبت أن :

$$-15 \leq \int_{-1}^{2} f(x)\,dx \leq 6$$

عند إجراء عملية جراحية لمريض حقن (البنج) وبعد مضي t ساعة كان تركيز المخدر في دم المريض $C(t)$.

حيـــــث : mg/cm^2 $C(t) = \frac{3t}{(t^2+36)^{\frac{3}{2}}}$

(10) أوجـــــــد متوسط تركيز المخدر $(av\ c(t))$ إثناء الساعات الثمانية الاولى بعد حقن المريض مباشرة .

أوجد القيمة المتوسطة للدالة $f(t) = 2 - \sqrt{9-t^2}$ على الفترة $[-3\ ,3]$

ثم أوجد قيم c التي تقع في هذه الفترة والتي يكون عندها $f(c)$ تساوي هذه القيمة المتوسطة .

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

مراجعة نهائية للفصل الدراسي الثالث للصف 12ع (2011 / 2012 م)

إذا كان $f(x)$ دالة متصلة بحيث أن : $\int_6^{3x} f(x)\ dx = 4x^2 + bx - 5$

أوجد قيمة b

إذا كانت :

$$\lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} (f(ck) + g(ck) - L) \Delta ck = 33$$

حيث P تجزيء للفترة $[0, 3]$

وكانت $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = 3x^2 - 1$

عبر عن هذه النهاية فى صورة تكامل محدود ثم أوجد قيمة L العددية .

اذا كانت f دالة متصلة على الفترة $[1,3]$ ، لأي تجزيء p على الفترة $[1,3]$ كانت $\lim_{\|P\|\to 0}\left(\sum_{k=1}^{n}(f(c_k)-3)\Delta x_k\right)=4$ فأوجد قيمة $\int_3^1 f(x)dx$

❖ إذا كانت $f(x)=\frac{e^x}{1+e^x}$ حيث $1\le x\le 4$ ولأي تجزئ P علي الفترة $[1,4]$

أوجـــد $\lim_{\|P\|\to 0}\sum_{k=1}^{n}(f(C_k)+2)\Delta x_k$ حيث C_k أي عدد في الفترة الجزئية .

لتكن $f(x)$ دالة متصلة على الفترة $[1, 5]$ و كان :

$\int_1^3 f(x)dx = 4$ $\int_3^2 f(x)dx = -4$ $\int_2^5 f(x)dx = 6$

لأي تجزيء p على الفترة $[1, 5]$ أوجد قيمة : $\lim_{\|p\| \to 0} \sum_{k=1}^{n} (f(c_k) - 2c_k)\Delta x_k$

إذا كانت $y = \int_a^{g(x)} f(t)\ dt$ إستعن بالجدول التالى فى إيجاد قيمة dy/dx عند x = 1

x	f(x)	f`(x)	g(x)	g`(x)
1	0	1	2	3
2	5	3	4	2

إذا كان $f(x)$, $g(x)$ دوال متصلة وقابلة للإشتقاق على كل الأعداد الحقيقية وكان :

x	$f(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
1	6	2	5
3	16	4	2
4	−1	6	7

$L(x) = \int_1^{g(x)} f(t)\ dt$ حيث

أوجـــــد $L'(x)$

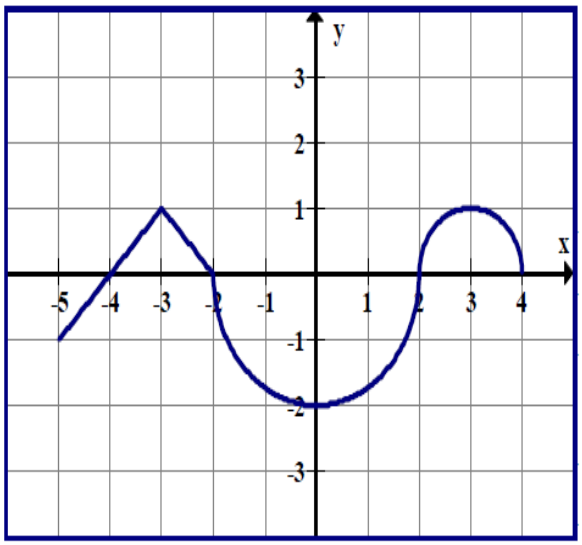
أوجـــــد $L'(3)$

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

أعتماداً على كل من :

بيان الدالة $g(x)$ المتصلة في الفترة $[-5,4]$ والمؤلف من قطعتين مستقيمتين ونصفي دائراتين

$$H(x) = \int_{-5}^{x} g(t)\,dt$$



أوجد كل من :

$H'(-3)$

$H(-3)$

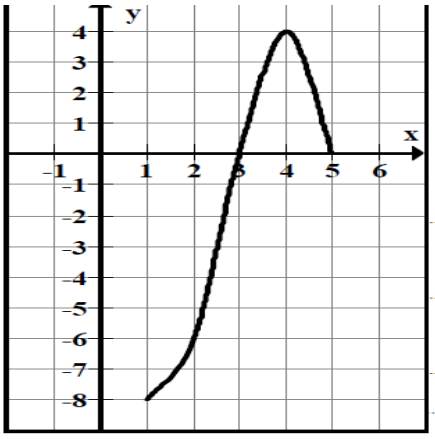
$$\int_{-3}^{3} g(x)\,dx$$

باستخدام خواص التكامل المحدد أثبت أن : $-18 \le \int_{-5}^{4} g(x)dx \le 9$

أولاً :

بفرض أن : $F(x) = \int_{1}^{x} f(x)dx$

حيث f دالة متصلة على $[\,1\,,\,5\,]$ والممثل بيانها كما بالشكل .



(1) أوجـــــــــــد :

✓ قيمـــــة $F'(3)$

✓ قيمة x التي تكون عندهـــا $F(3) = 0$

(2) هل $F(3)$ موجبة أم ســـــالبة ؟ ولمـــــاذا ؟

(3) بين أن قيمـــــة $\int_{1}^{5} f(x)\,dx$ تقـــــع بين 16 ، -32

إذا كانت $F(x) = \int_{0}^{x} \frac{1}{1+t^2}\,dt + \int_{0}^{\frac{1}{x}} \frac{1}{1+t^2}\,dt$ حيث $x > 0$

أوجـــــــد $F'(x)$

حدد نوع الدالة $F(x)$

إذا كان $\int_{a}^{x} f(t)dt + k = \int_{b}^{x} f(t)dt$ أوجد قيمة k حيث :

$$f(x) = \frac{1}{x \ln x} \quad , a = 2 \ , \ b = 4$$

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

) أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يأتي :

1) $y = \int_{e^{\sqrt{x}}}^{e^{2x}} \ln t\,dt$

2) $y = \int_{1}^{2} (2+x^2)^4\,dx$

أوجـــــــد التكاملات التالية :

$$\int (2x + x\sqrt{x} - \frac{1}{x^2} + \sqrt{2})\,dx$$

$$\int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x}\,dx$$

$$\int_{2}^{5} |x-3|dx =$$

$$\int \left(\pi + e^{\cot \pi x}\right) \csc^2 \pi x\,dx =$$

$$\int \frac{\sec^2 \theta}{3+\tan\theta}\,d\theta =$$

$$\int \left(\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{3}x + \tan^2 x\right)dx$$

$$\int e^x(1+e^x)\,dx =$$

$$\int \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x}\,dx =$$

أوجـــــــد $\int \frac{(3+\sin x)^3}{\sec x}\,dx$

ارشاد
استخدم التكامل بالتعويض

باستخدام التعويض أوجد $\int \frac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+1}}\,dx$

استخدم التكامل بالتعويض ⟸ $\int \sqrt{x}\,\sec^2\left(x^{\frac{3}{2}} - 1\right)dx$

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

مراجعة نهائية للفصل الدراسي الثالث للصف 12ع (2011 / 2012 م)

إذا كانت : $\int_1^4 f(x)\,dx = 12$ ، $f(1) = 3$ ، $f(4) = -8$

أوجـــــــــد $\int_1^4 (2x+3)\,f'(x)\,dx$

إرشاد : استخدام التكامل بالتجزئ حيث :

$$\int_a^b u\,dv = [uv]_a^b - \int_a^b v\,du$$

لتكن $f(x)$ دالة حيث مشتقتها الثانية $f''(x)$ متصلة علي الفترة $[-1,1]$

استخدم التكامل بالتجزئ لإثبات أن :

$$\int_{-1}^{1} x\,f''(x)\,dx = f'(1) + f'(-1) - f(1) + f(-1)$$

افرض ($u = x$ ، $dv = f''(x)dx$)

باستخدام التكامل بالتجزئ أوجد : $\int x^5 \ln 3x\,dx$

استخدام التكامل بالتعويض والتكامل بالتجزئة لإيجـــــــاد : $\int e^{\sqrt{x}}\,dx$

إذا كانت $\frac{x^2+1}{x^2-1} = 1 + \frac{2}{x^2-1}$

استخدم الكسور الجزئية في إيجـــــــاد $\int_2^6 \frac{x^2+1}{x^2-1}\,dx$

استخدم الكسور الجزئية في إيجـــــــاد $\int_2^4 \frac{1}{x^2+2x-3}\,dx$

باستخدام الكسور الجزئية أوجد : $\int \frac{x+1}{(x-3)(x+2)}\,dx$

2) $\frac{x^2+3x+2}{x^3+1}$

$\int \frac{1}{x^2(x+1)}\,dx$

اكتب الدالة النسبية على الصورة $q(x) + \frac{r(x)}{h(x)}$ ، حيث درجة $r(x)$ أصغر من درجة $h(x)$ ثم أوجد

الكسور الجزئية المكافئة للكسر المركب من $\frac{r(x)}{h(x)}$. ثم أوجد التكامل المحدود لكل كسر . $\frac{x^3+2}{x^2-x}$

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

مراجعة نهائية للفصل الدراسي الثالث للصف 12ع (2011 / 2012 م)

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي