If f is integrable on $[a, b]$, its **average (mean) value** on $[a, b]$ is

$$av(f) = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx.$$

أوجد القيمة المتوسطة لكل من الدوال الأتية

1) $y = \sin x, \quad [0, \pi]$ $2/\pi$

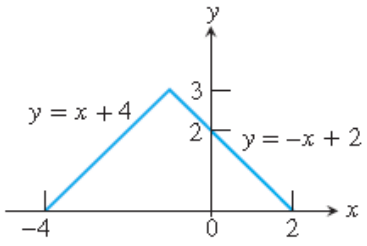
2) $y = \frac{1}{x}, \quad [e, 2e]$ $\frac{\ln 2}{e}$

3) $y = \sec^2 x, \quad \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ $4/\pi$

4) $y = 3x^2 + 2x, \quad [-1, 2]$ 4

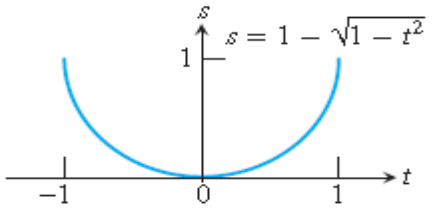
5)

$$f(x) = \begin{cases} x+4, & -4 \le x \le -1, \\ -x+2, & -1 < x \le 2, \end{cases} \quad \text{on} \quad [-4, 2] \qquad \frac{3}{2}$$



6)

$$f(t) = 1 - \sqrt{1 - t^2}, \quad [-1, 1] \qquad \frac{4 - \pi}{4}$$



7)

Multiple Choice What is the average value of the cosine function on the interval $[1, 5]$? B

(A) -0.990 **(B)** -0.450 **(C)** -0.128

(D) 0.412 **(E)** 0.998

8) **Multiple Choice** If the average value of the function f on the interval $[a, b]$ is 10, then $\int_a^b f(x)\,dx =$ C

(A) $\frac{10}{b-a}$ **(B)** $\frac{f(a)+f(b)}{10}$ **(C)** $10b - 10a$

(D) $\frac{b-a}{10}$ **(E)** $\frac{f(b)+f(a)}{20}$

9) **Multiple Choice** If $\int_3^7 f(x)\,dx = 5$ and $\int_3^7 g(x)\,dx = 3$, then all of the following must be true *except* A

(A) $\int_3^7 f(x)g(x)dx = 15$

(B) $\int_3^7 [f(x) + g(x)]dx = 8$

(C) $\int_3^7 2f(x)\,dx = 10$

(D) $\int_3^7 [f(x) - g(x)]dx = 2$

(E) $\int_7^3 [g(x) - f(x)]dx = 2$

10) **Multiple Choice** If $\int_2^5 f(x)\,dx = 12$ and $\int_5^8 f(x)\,dx = 4$, then all of the following must be true *except* D

(A) $\int_2^8 f(x)\,dx = 16$

(B) $\int_2^5 f(x)\,dx - \int_5^8 3f(x)\,dx = 0$

(C) $\int_5^2 f(x)\,dx = -12$

(D) $\int_{-5}^{-8} f(x)\,dx = -4$

(E) $\int_2^6 f(x)\,dx + \int_6^8 f(x)\,dx = 16$

11) إذا كان : $\int_9^6 f(x)\ dx = 3$, $\int_2^6 2f(x)\ dx = 12$, $\int_0^2 f(x)\ dx = 15$

احسب متوسط التكامل للدالة $f(x)$ أي $av(f)$ علي الفترة $[\ 0\ ,\ 9\ ]$

12) بفرض أن : f دالة متصلة $[-5,4]$

القيمة المتوسطة للدالة $f(x)$ في $[-5,1]$ تساوي **4**

القيمة المتوسطة للدالة $f(x)$ في $[1,4]$ تساوي **6**

أحسب كلا من:

$$\int_{-5}^{1} f(x)\ dx$$

$$\int_{-5}^{4} f(x)\ dx$$

13) اذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على $[1,9]$ وكانت القيمة المتوسطة للدالة f على الفترة $[1,4]$ تساوي 2

وكان $\int_9^4 3f(x)dx = 12$ فأوجد قيمة $\int_1^9 f(x)dx$

14) إذا علمت إن القيمة المتوسطة للدالة **f** على الفترة $[1,4]$ تساوي **8** والقيمة المتوسطة للدالة f على الفترة $[4,6]$ تسوي **k** والقيمة المتوسطة للدالة **f** على الفترة $[1,6]$ تساوي **18** أوجد قيمـــــة **k** .

15) ارسم بيان الدالة $f(x)$ والمستطيل الذي طوله على الفترة $[1\ ,\ e]$ والذي ارتفاعه بارتفاع القيمة المتوسطة للدالة ، ثم اكتب أبعاد هذا المستطيل وبين العلاقة بين مساحة المستطيل و $\int_1^e f(x)\,dx$

16) إذا كانت $f(x) = \frac{2}{x}$

(أ) أوجد القيمة المتوسطة للدالة $f(x)$ على $[1,e]$

(ب) قيمة **c** التي يكون عندها $f(c) = av(f)$

17) إذا كانت $f(x) \le g(x)$ ، $[a,b]$ استنتج ان $av(f) \le av(g)$

18) عند مراقبة درجات الحرارة بعد منتصف الليل في إحدى المدن تبين أنه يمكن نمذجتها بالقانون : $T(x) = 2 - \frac{1}{7}(x-13)^2$

حيث x هو الوقت بعد منتصف الليل و $T(x)$ درجات الحرارة .

ما متوسط درجات الحرارة بين 00 : 2 صباحاً و 00 : 2 بعد الظهر ؟

في أي وقت تحدث هذه الحرارة ؟