1

اذا كانت للدالة : $f(x)= x^3 (4-x)$

a)أوجد النقاط الحرجة للدالة f(x)
b)فترات التزايد والتناقص للدالة
c)القيم القصوىالمحلية ونوعها
e) القيم القصوى المطلقة ونوعها
f) فترات التقعر لأعلى ولإسفل
g) نقاط الإنقلاب

2

اذا كانت للدالة : $f'(x) = x(x-1)(x+2)$

a)أوجد النقاط الحرجة للدالة f(x)
b)فترات التزايد والتناقص للدالة
c)القيم القصوى ونوعها

3

اذا كانت الدالة : $x \in [0, \pi]$ **f(x)=sin2x**

a) أوجد النقاط الحرجة للدالة f(x)
b) فترات التزايد والتناقص للدالة f(x)
c) القيم القصوى المحليةوالمطلقة
d) فترات التقعر لأعلى ولأسفل
e) نقاط الانقلاب

4

أولا : لتكن $f(x)=-x^3+\frac{3}{2}x^2+8$ **أوجد :**

a) الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة
b) الفترات التي تكون فيها الدالة متناقصة
c) الفترات التي تكون فيها الدالة مقعرة نحو الأعلى
d) الفترات التي تكون فيها الدالة مقعرة نحو الأسفل
e) عين القيم العظمى المحلية والقيم الصغرى المحلية
f) عين نقاط الانقلاب

5

لتكن $f(x)$ دالة متصلة على الفترة $[-1,3]$ حيث

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3 & -1 \le x < 1 \\ 3x + 2 & 1 \le x \le 3 \end{cases}$$

أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة f... وبين نوعها ؟

6

إذا كانت $g(x) = x^3 + bx^2 + 1$: عين قيمة الثابت b في الحالتين :

a) للدالة قيمة عظمى محلية عند $x = 2$

b) للدالة نقطة انقلاب عند $x = -2$

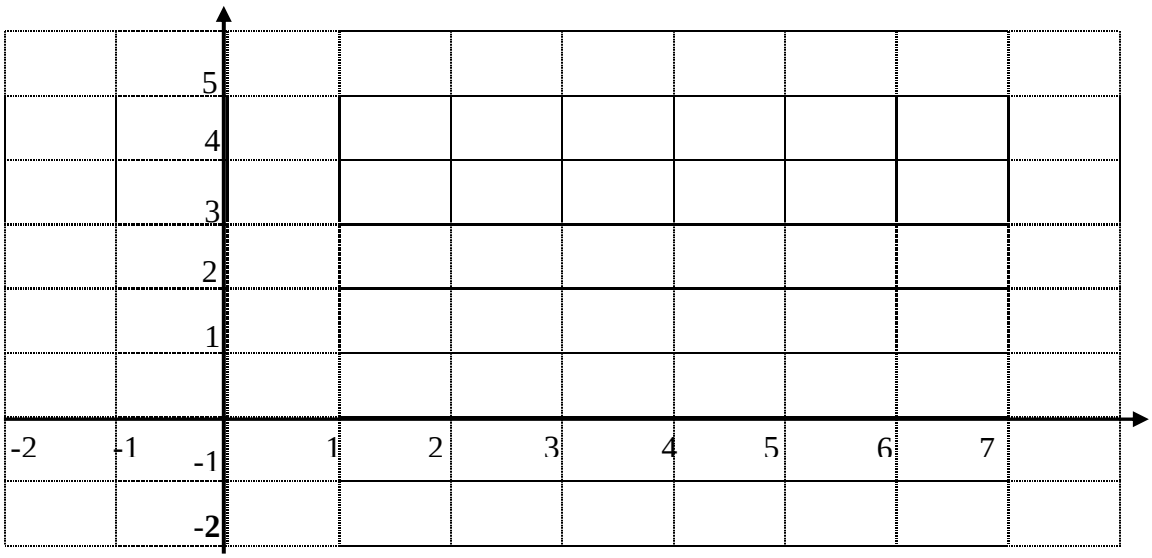
7

إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على $]-\infty, 6]$ وتحقق التالي

الفترة	$x<0$	$0<x<2$	$2<x<6$
$f'(x)$	-	+	-
$f''(x)$	0	+	0

x	0	2	6
$f(x)$	1	4	0
$f'(x)$	غير موجودة	غير موجودة	-1

ارسم رسما تقريبيا لبيان الدالة $f(x)$



8

أوجد القيم القصوى المطلقة لـ f و قيم x المقابلة ثم أوجد نقاط الانقلاب للدالة f المتصلة على الفترة [5 , -1] و تحقق الآتي :-

x	-1	1	3	5
f	0	2	0	-2
f'	3	0	غير موجودة	-3
f''	-1	0	غير موجودة	0

x	-1<x<1	1<x<3	3<x<5
f	+	+	-
f'	+	-	-
f''	+	-	-

9

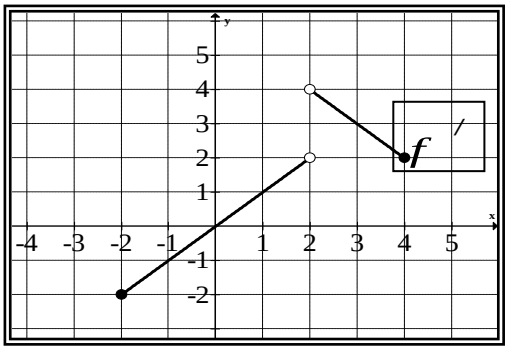
الشكل المرسوم جانباً يمثل بيان مشتقة الدالة f حيث f متصلة .

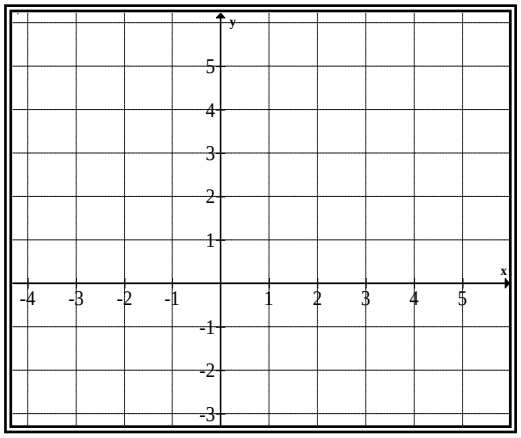
أوجـــــد :

1) فترات التقعر لأعلى للدالة f .

2) أوجد نقطة الانقلاب .

3) ارسم $f''(x)$





10

لتكن الدالة $f(x) = x^2 + 2x - 1$, $[0, 2]$

1. اثبت أن الدالة f تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة المعطاة [a,b]،

2. أوجد قيمة c في الفترة (a , b) التي تحقق المعادلة

3. معادلة الوتر AB الذي يمر بالنقطتين A (0,f(0)) , B (2,f(2))

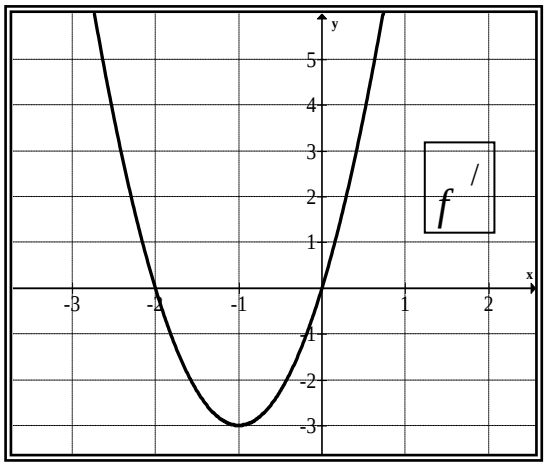
11 **إذا كانت** $f(x)=x^2+ax$ (a **ثابت**) **تحقق نظرية القيمة المتوسطة على الفترة** $[0,3]$ **وكان** $f'(c)=1$ **حيث** $c\in(0,3)$ **أوجد :**

1) قيمة الثابت a **.**

2) قيمة الثابت c **.**

---

12) **الشكل المرسوم جانباً يمثل بيان مشتقة الدالة** f **حيث** f **دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة .**



أوجد :

1) نقاط الانقلاب للدالة f **.**

2) فترات التزايد للدالة f **.**

3) فترات التقعر لأعلى و فترات التقعر لأسفل للدالة f **.**

---

13)

المؤجل 2008 / 2009 م

بفرض أن $f(x)$ دالة متصلة على الفترة [5 , 2] وقابلة للاشتقاق على الفترة (5 , 2)

أجب عن ما يلي .

هل $f(x)$ تحقق نظرية القيمة المتوسطة ؟

.....

.....

.....

.....

وإذا كانت $2 \le f'(x) \le 5$ من أجل جميع قيم x في الفترة (5 , 2) .

أثبت أن $6 \le f(5) - f(2) \le 15$

.....

.....

.....

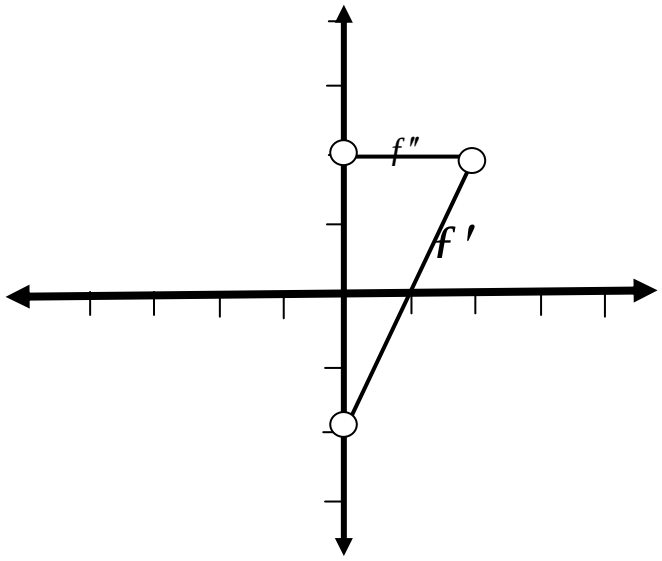
14) بفرض أن f دالة متصلة على الفترة $[-4,4]$ وإنها قابلة للاشتقاق على الفترة $(-4,4)$ والجدول التالي يعطي بعض قيم المشتقة f'

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
f'	74	39	10	-6	-14	-12	0	22	55

قدر أين تكون الدالة f متزايدة ، متناقصة ، القيم القصوى المحلية

---

15) الشكل المجاور يمثل منحنى f' ، f'' للدالة f المعرفة على الفترة $[0,2]$ اعتمد على الشكل المجاور للإجابة عما يلي :



1 . فترات التزايد والتناقص

2. فترات التقعر

---

16) يتحرك جسيم على خط بدلالة الموضع s (t) أوجد :-
السرعة المتجه - العجلة - صف حركه الجسم عندما $t \geq 0$
$$S(t) = 3t^2 - t^3 + 5$$

---

17)

يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق دالة الموقع

$$S(t) = t^3 - 12t + 3 \quad , \quad t \geq 0$$

استخدم طرقاً تحليلية لإيجاد الفترات التالية .

a) التي يتحرك فيها الجسم نحو اليمين
b) التي يتحرك فيها الجسم نحو اليسار
c) التي يكون فيها إتجاه العجلة نحو اليمين
d) التي يكون فيها إتجاه العجلة نحو اليسار

18) إذا كانت $c(x) = x^3 - 6x^2 + 15x$ تمثل تكلفة x آلاف الوحدات المنتجة هل يوجد مستوى إنتاج يخفض متوسط التكلفة إلى أقل مايمكن ، إذا كان كذلك فما هو .

---

19)

يحضر أحد المختبرات حبة دواء على شكل اسطوانة دائرية قائمة ذات حجم $250\ \pi\ m\ m^3$ فإذا كان طول نصف قطر قاعدتها x وارتفاعها y حيث $2 < x < 8$

1) احسب y بدلالة x

2) أحسب A(x) المساحة الكلية بدلالة x

3) أوجد القيمة الصغرى للدالة A (x)

---

20) يراد صنع صندوق مفتوح من أعلي من صفيحة معدنية مربعة الشكل طول ضلعها 24 cm وذلك بقطع أربع مربعات متطابقة عند أركانها وثني الأجزاء البارزة لأعلى اوجد طول ضلع المربع المقطوع للحصول على اكبر حجم ممكن للصندوق.

---

21) يراد إقامة سياج حول قطعة أرض مستطيلة الشكل باستخدام نوعين من السياج ، أحدهما يوضع من الجهتين الأمامية و الخلفية ، و الأخر يوضع على الجانبين ، فإذا كانت تكلفة النوع الأول 6 دراهم للمتر الطولي الواحد ، و تكلفة النوع الثاني 8 دراهم للمتر الطولي الواحد ، فأوجد أبعاد القطعة المستطيلة ذات أكبر مساحة بحيث تكون تكاليف إقامة السياج حولها 12600 درهم

---

22) علمت إحدى دور النشر إن دالة الدخل لمجلة معينة هي : $r(x) = (3 - 0.01x)x$

مقدرة بمئات الدراهم، فإذا كانت تكلفة الإنتاج حيث r(x) هو عدد المجلات المباعة بالمئات ، x حيث

$$c(x) = \left(10 + x + 0.03x^2\right)$$

مقدرة بمئات الدراهم

. أوجد عدد المجلات التي يجب أن تبيعها دار النشر حتى تحصل على أعلى ربح .

---

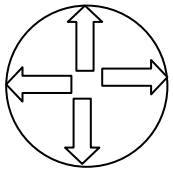
23) افترض ان $p(x) = -x^2 + 12x - 20$ تمثل الربح بآلاف الدراهم لبيع x بالمئات من أجهزة كهربائية على الفترة [0 ، 15] .

هل يوجد مستوى إنتاج يحقق قيمة عظمى للربح ؟ إذا كان كذلك فما هو ؟

---

24) خزان على شكل مخروط دائري قائم قاعدته أفقية، ورأسه إلى أسفل به سائل يتسرب من ثقب في أسفله بمعدل 11 cm^3/sec ، فإذا كان طول نصف قطر سطح السائل يساوي $\frac{3}{7}$ ارتفاع السائل، فأوجد معدل تغير ارتفاع السائل في اللحظة التي يكون فيها ارتفاع السائل في الخزان 7 cm.

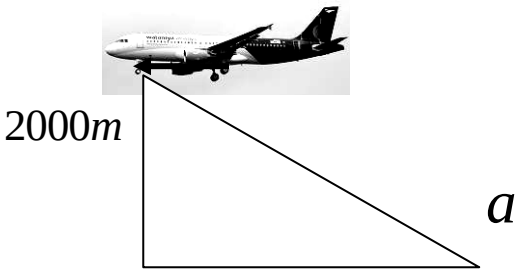
25) سلم حريق طوله $13\ m$ يستند أحد طرفيه على حائط رأسي وطرفه الآخر على أرض أفقية، فإذا كان طرف السلم على الأرض يتحرك مبتعدا عن الحائط بمعدل $0.2\ m/sec$ ، فأوجد سرعة انخفاض الطرف العلوي للسلم عندما يكون الطرف السفلي على بعد $12\ m$ عن الحائط



26) يضغط غاز داخل بالون كروي الشكل بمعدل $1848\ cm^3$ لكل ثانية، أوجد :
أ) معدل الزيادة في نصف قطر البالون عندما يكون نصف القطر $= 14\ cm$.
ب) معدل الزيادة في مساحة سطح البالون في نفس اللحظة.
علما بأن (حجم الكرة $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ، مساحة سطح الكرة $= 4\pi r^2$)

---

28) تطير طائرة أفقياً في خط مستقيم من ارتفاع ثابت مقداره $2000\ m$ فوق مستوى نقطة الرصد الثابتة (a) ومبتعدة عن هذه النقطة (انظر الشكل المجاور) وفي لحظة معينة كانت زاوية ارتفاع الطائرة تساوي 30^0 ، وكانت سرعة الطائرة $450\ km/h$
اجب عما يلي :



(a) أوجد معدل التغير في المسافة بين الطائرة ونقطة الرصد a في تلك اللحظة (بوحدة m/s) .

(b) اوجد معدل تغير زاوية ارتفاع الطائرة في تلك اللحظة

---

29) يتدفق الماء من خزان مياه مخروطي الشكل بمعدل $9\ m^3\ l\ sec$ رأسه لأسفل وقاعدته أفقية وكان طول نصف قطر قاعدته $45\ m$ وارتفاعه $6\ m$.

(a) ما سرعة هبوط مستوى سطح الماء عندما يكون عمق الماء
(b) ما سرعة تغير نصف قـطر سطح الماء عند هذه اللحظة ؟

---

30)

إذا كان حجم الإسطوانة الدائرية القائمة يعطى بالمعادلة $v = \pi r^2 h$ وكان $7\ r = 5\ h$ دائماً

فإذا زاد الارتفاع h بمعدل $0.02\ cm/s$ أوجد معدل الزيادة في حجم الاسطوانة عندما يكون $h = 14\ cm$

تمارين على القطوع المخروطية

(31 أثبت أن المنحنى الذي ترسمه النقطة A(x ،y) والتي تبعد عن النقطة (2 ، 5) وتساوي نفس البعد عن المستقيم y=3 هي معادلة قطع مكافئ

(32 أوجد المعادلة في الصورة القياسية ثمحدد الرأس والبؤرة والدليل ومحور التماثل

$$\frac{\sqrt{2x-1}}{y+3} = 8$$

(33 اوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل وبؤرته هى مركز الدائرة

$$x^2 + (y-1)^2 = 25$$

(34 أوجد المعادلة في الصورة القياسية ثمحدد الرأس والبؤرة والدليل ومحور التماثل

$$y^2 = 6y - 4x - 1$$

(35 قذفت كرة رأسيا لأعلى من نقطة على سطح الأرض فوصل لأقصى ارتفاع لها يساوي 10m والمسافة بين نقطة القذف واصطدامها بالأرض يساوي 24m
أوجد معادلةالقطع وبين نوعه ودليله وبؤرته

(36

قطع مكافئ دليله هو المستقيم $x = 1$ وبؤرته $(-1 , 0)$.

أكتب معادلة القطع في الصورة القياسية .

(37

امتحان 2010 / 2011

إذا كانت المعادلة $2y + 3 = x^2 - 2x$ تمثل قطعاً مكافئاً .

) ضع معادلة القطع في الصورة القياسية .

) أوجد إحداثيات رأس القطع .

) أوجد إحداثيات البؤرة .

) اكتب معادلة دليل القطع .

(38

قطع مكافئ يمر بالنقطة (4,5) ورأسه النقطة (2,3) ومحور يوازي محور الصادات.

) أوجد معادلة هذا القطع .

) أوجد إحداثيات البؤرة ومعادلة دليله .

(39 أوجد معادلة المسار الذي ترسمه النقطة A(x,y) بحيث يكون مجموع بعديها عن النقطتين الثابتتين (3 ± 0 .) يساوي 10

(40 أوجد الصورة القياسية للمعادلة : $2x^2 + 6y^2 - 8x + 24y - 10 = 0$
ثم حدد نوع القطع ومركزه ، وبؤرته ، طرفي المحورين

(41 قطع ناقص مركزه (2 , 3) وإحدى بؤرتيه (3 , 7) وإحدى طرفيه (4 , 2)

أوجد معادلة القطع الناقص في الصورة القياسية

(42 قطع ناقص معادلته: $m x^2 + 9 y^2 = 144$ فإذا كان البعد بين البؤرتين 10

أوجد قيمة m ثم أوجد طرفي المحور الأكبر والأصغر والبؤرتين ومحاور التماثل

(43

امتحان 2008 – 2009 م

قطع ناقص معادلته : $\frac{(x+1)^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$

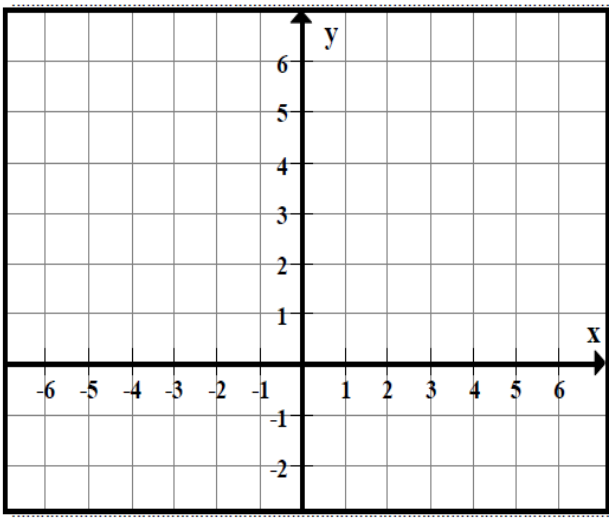
أوجد المركز .

البؤرتان .

نقطتي طرفي المحور الأكبر .

نقطتي طرفي المحور الأصغر .

استخدم ما سبق في رسم شكلاً تقريبياً لهذا القطع .



(44

أوجد الصورة القياسية لمعادلة القطع الناقص الذي فيه .

البؤرتان $(2,6)$, $(2,0)$ ونقطتا طرفي المحور الأصغر $(4,3)$, $(0,3)$

(45 **قطع مخروطي : $(x+2y)(x-2y)=4$**

حدد نوع القطع المخروطي ثم أوجد الطرفين والبؤرتين وارسمه

(46

أوجد المعادلة القطع الزائد في الصورة القياسية :

نقطتا طرفي المحور القاطع هما $(-1,3)$, $(5,3)$ وميل احد الخطين التقاربين هو $\frac{4}{3}$

(47

البؤرتان هما $(-4,2)$, $(2,2)$ ونقطتا طرفي المحور القاطع هما $(-3,2)$, $(1,2)$

(48

امتحان 2009 / 2010 م

قطـــــــــع مخروطـــــــــي معادلته : $3x-4y=\frac{144}{3x+4y}$

حدد نوع هذا القطع المخروطي .

أوجد مركز القطع .

أوجد نقطتا طرفي المحور القاطع .

أوجد البؤرتان .

أوجد معادلتا الخطان التقاربيان .

(49 **إذا علمت أن معادلة قطع زائد هي : $4y^2-9x^2=36$ فأوجد فرق البعد بين النقطة $(2,\sqrt{18})$ وبؤرتي القطع الزائد**

(50 **أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل ،وإحدى بؤرتيه النقطة $(2,0)$ ويمر بالنقطة $(2,3)$**