دولة الإمارات العربية المتحدة
وزارة التربية والتعليم
إدارة التقويم والامتحانات

المـــــــــــادة : الرياضيات
عدد صفحات الأسئلة : (6)

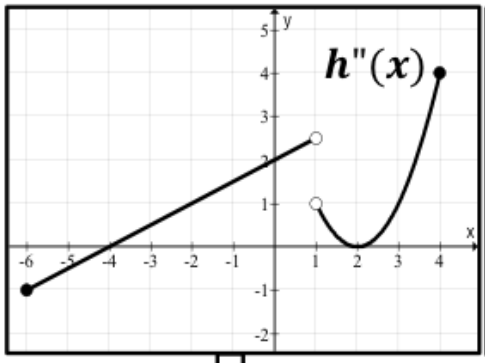
الامتحان التدريبي للفصل الدراسي الثاني للصف الثاني عشر / القسم العلمي
للعام الدراسي 2011/ 2012 م

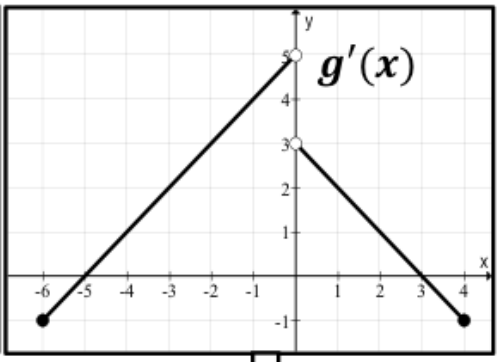
على الطالب التأكد من عدد صفحات الأسئلة
(الإجابة على الورقة نفسها)

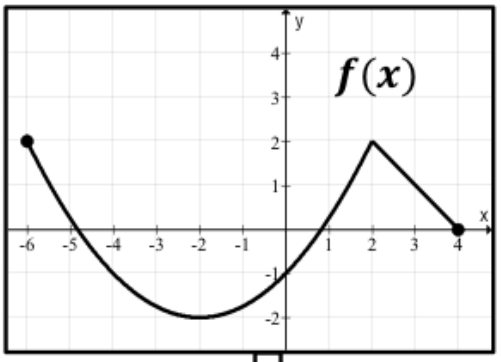
السؤال الأول

أولاً : 1) لتكن $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ دوال متصلة على الفترة $[-6,4]$

فيما يلي بيان كلا من $f(x)$, $g'(x)$, $h''(x)$ ، من الرسم أكمل العبارات التالية :







- النقاط الحرجة للدالة هي :
  $x=-2$, $x=2$
- الفترات التي تكون عندها الدالة متزايدة.
  $[-2,2]$
- قيمة x التي يوجد عندها للدالة قيمة صغرى مطلقة.
  $x=-2$
- قيم x التي يوجد عندها للدالة قيمة عظمى محلية .
  $x=-6$, $x=2$

- النقاط الحرجة للدالة هي :
  $x=-5, x=0, x=3$
- الفترات التي تكون عندها الدالة متناقصة.
  $[-6,-5]$, $[3,4]$
- قيمة x التي يوجد عندها للدالة قيمة عظمى محلية.
  $x=3$ $(+\to -)$
- فترات تقعر منحنى الدالة لأعلى
  $g''(x)>0$ $(-6,0)$
  المشتقة موجبة أي g' متزايدة

- فترات تقعر منحنى الدالة لأسفل
  $(-6,-4)$
- إحدى نقاط الانقلاب للدالة
  $x=-4$
- $h'''(2)$ تساوي
  صفر (ماس أفقي)

عمر وسعيد حسن
6/3/2012

ثانياً : 2) أوجد قيمة a , b بحيث يكون للدالة $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ قيمة صغرى محلية عند $x = 4$ ونقطة انقلاب عند $x = 1$

$f'(4)=0$ & $f''(1)=0$ $\longrightarrow$ $f'(x)=3x^2+2ax+b$

$f''(x)=6x+2a$

$f'=0, x=4 \longrightarrow 0=3(4)^2+2a(4)+b$

$8a+b=-48 \longrightarrow (1)$

$f''=0, x=1 \longrightarrow 0=6+2a \longrightarrow 2a=-6 \longrightarrow a=-3$

$(1) \longrightarrow 8(-3)+b=-48$

$b=-24$

عمر وسعد حسن

5/3/2012

ثالثاً : 3) نفرض أن $f(x)$ دالة متصلة على الفترة $[2,5]$ وقابلة للاشتقاق على الفترة $(2,5)$

وإذا علمت أن : * $1 < f'(x) < 2$ لجميع قيم x في الفترة $(2,5)$

* $f(2) = -3$

باستخدام نظرية القيمة المتوسطة اثبت أن : $0 < f(5) < 3$

$1 < f'(x) < 2$ $\qquad a=2 , b=5$

$1 < \frac{f(b)-f(a)}{b-a} < 2$

$1 < \frac{f(5)-f(2)}{3} < 2 \qquad (\times 3)$

$3 < f(5)+3 < 6 \qquad (-3)$

$3-3 < f(5)+3-3 < 6-3$

$0 < f(5) < 3$

عمر وسعد حسن

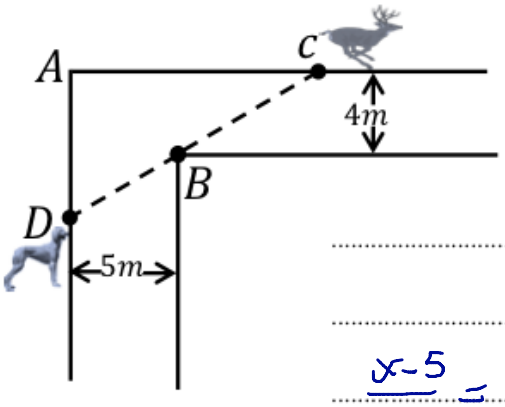
5/3/2012

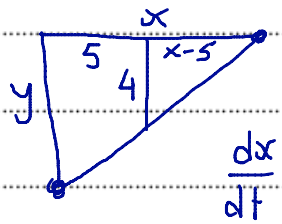
السؤال الثاني

(الصيد باستخدام الكلب السلوقي هو رياضة تقليدية قديمة مارسها الانسان منذ آلاف السنين في شبه الجزيرة العربية الموطن الأصلي لهذه الكلاب الصحراوية)

أولاً: 4) الشكل يمثل مضمار سباق الكلاب السلوقية بعرض $4\ m$ ، $5\ m$ ، النقطة c تمثل موقع الظبي الذي يجري بمعدل $10\ m/sec$ متجها إلى اليمين ، النقطة D تمثل موقع الكلب السلوقي .

ما السرعة التي يجب أن يجري بها الكلب ليجعل فريسته (الظبي) في مجال رؤيته عندما يكون الظبي على بعد $7.5\ m$ من النقطة A





$\frac{dx}{dt} = 10\ m/sec$

$x = 7.5\ m$

$\frac{x-5}{x} = \frac{4}{y} \longrightarrow y = \frac{4x}{x-5}$ من التشابه

بالاشتقاق بالنسبة للزمن

$$\frac{dy}{dt} = \frac{4\frac{dx}{dt}(x-5) - \frac{dx}{dt}(4x)}{(x-5)^2}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{4(10)(7.5-5) - 10(4)(7.5)}{(7.5-5)^2}$$

$\frac{dy}{dt} \simeq -32\ m/sec$

عمر وسكر حسن ✗ 6/3/2012

ثانياً: 5) شريط طوله $130\ cm$ لف مرتين على علبة حلوى اسطوانية الشكل لتزيينها (كما هو موضح بالشكل) وخصص منه $10\ cm$ لصنع ربطة التزيين العلوية .
أوجد طول نصف قطر العلبه وارتفاعها التي تجعل حجمها أكبر ما يمكن .

$130-10=120$

$\frac{120}{2}=60\ cm$

$h+2r+h+2r=60$

$2h+4r=60$

$h+2r=30 \longrightarrow \boxed{h=30-2r}$

$V=\pi r^2 h=\pi r^2(30-2r)=\pi(30r^2-2r^3)$

$\frac{dV}{dr}=\pi(60r-6r^2)=0$

$6r(10-r)=0$

$\boxed{r=0}$ مرفوض $\quad \boxed{r=10}$

$\frac{d^2V}{dr^2}=\pi(60-12r)\Big|_{r=10}$

$=\pi(60-120)=-60\pi<0$

أكبر ما يمكن

$r=10\ cm$

$h=30-2(10)=10\ cm$

6/3/2012

السؤال الثالث

أولاً: مركبة فضائية استكشافية تنطلق باتجاه كوكب بمسار على شكل قطع زائد مركزة نقطة الاصل مروراً بإحدى نقطتي طرفي المحور القاطع $(5\,,0)$ وتقترب من المستقيم الذي معادلته $y=\frac{2}{5}x$

أوجد :

6) معادلة القطع الزائد .

أحد الخطوط المقاربة $y=\frac{2}{5}x$

$y^2=\frac{4}{25}x^2 \longrightarrow \frac{y^2}{4}=\frac{x^2}{25}$

المركز $(0,0)$

طرفا المحور القاطع $(\pm5,0)$ يمثل x

$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{4}=1$

7) البؤرتان .

$a^2=25 \longrightarrow \boxed{a=5}$ $\quad b^2=4 \longrightarrow \boxed{b=2}$

$c^2=a^2+b^2=25+4=29$ $\quad \boxed{c=\sqrt{29}}$

البؤرتان $(0\pm\sqrt{29},0)=(0\pm c,0)$

عمر وسكر حسن
6/3/2012

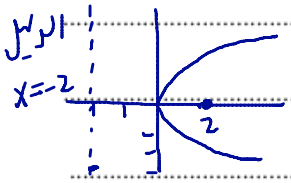
ثانياً: قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل وبؤرته تقع على محور السينات ، ودليله يمر بالنقطة $(-2\,,-3)$

أوجد 8) بؤرة القطع المكافئ .

الرأس $(0,0)$ متماثل x

الدليل $x=-2$

البؤرة $(2,0)$ البعد البؤري $=2$



9) معادلة القطع المكافئ .

$\frac{1}{4a}=2 \longrightarrow a=\frac{1}{8}$ $\quad x=ay^2$

$x=\frac{1}{8}y^2$

عمر وسكر حسن
6/3/2012

ثالثاً: إذا كانت المعادلة $4(x+3)^2 + y^2 - 2y = 15$ تمثل قطعاً ناقصاً .

10) ضع معادلة القطع في الصورة القياسية .

إكمال المربع

$4(x+3)^2 + [(y-1)^2 - 1] = 15$

$4(x+3)^2 + (y-1)^2 = 16 \quad (\div 16)$

$\frac{4(x+3)^2}{16} + \frac{(y-1)^2}{16} = 1 \longrightarrow \frac{(x+3)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{16} = 1$

قطع ناقص

مركز

11) أوجد رأس القطع .

مركز القطع $(-3,1)$

$a^2 = 16 \longrightarrow \boxed{a=4}$

$b^2 = 4 \longrightarrow \boxed{b=2} \longrightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 16 - 4 = 12 \quad \boxed{c = \sqrt{12}}$

12) أوجد البؤرتين .

محوره الأكبر على محور موازي لـ y

يتحرك على y

البؤرتين $(-3, 1 \pm \sqrt{12}) = (-3, 1 \pm c)$

$(-3, 1+\sqrt{12}) , (-3, 1-\sqrt{12})$

13) أوجد نقطتي طرفي المحور الأكبر .

$(-3, 1 \pm 2) = (-3, 1 \pm 4)$

$(-3, 5) , (-3, -3)$

6/3/2012

انتهت الأسئلة مع تمنياتنا لكم بالنجاح والتوفيق