

مدرس المادة : سرحان الجراح

الفصل الثاني 2009/2008م

الصف : الثاني عشر العلمي

المادة : الرياضيات

اسم الطالب :

• الفرق بين مربعين

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

مثلاً

1) $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$

2) $x - 5 = (\sqrt{x} - \sqrt{5})(\sqrt{x} + \sqrt{5})$

3) $(x + 2)^2 - 64 = (x + 2 - 8)(x + 2 + 8) = (x - 6)(x + 10)$

4) $x^4 - y^4 = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2)$

- لتحليل المعادلة التربيعية ذات ثلاث حدود نلجأ إلى الآلة الحاسبة وينصح باستخدام الآلة (Casio 991 ES) فهي رائعة جداً .

• الفرق (الجمع) بين مكعبين

$$x^3 \pm y^3 = (x \pm y)(x^2 \mp xy + y^2)$$

مثلاً

1) $x^3 - 8 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

2) $x^3 + 125 = (x + 5)(x^2 - 5x + 25)$

3) $x - 8 = (\sqrt[3]{x} - 2)(\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4)$

• تذكر القسمة التركيبية (أو القسمة المطولة) . وتوحيد المقامات للكسور.

• تذكر عزيزي الطالب

$$1) \sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}} \quad , \quad \sqrt[3]{x^6} = x^2 \quad , \quad 2) x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

$$2) (\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3) = x - 9$$

$$3) -1 \leq \sin x \leq 1 \quad , \quad -1 \leq \cos x \leq 1$$

• متطابقات مثلثية

$\sin(-x) = -\sin x$	$\cos(-x) = \cos x$
$\sin(\pi - x) = \sin x$	$\cos(\pi - x) = -\cos x$
$\tan(\pi - x) = -\tan x$	$\sin(x \mp y) = \sin x \cdot \cos y \mp \cos x \cdot \sin y$
$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	$\cos(x \mp y) = \cos x \cdot \cos y \pm \sin x \cdot \sin y$
$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$	$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$
$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$	$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$
$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$	$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$
$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$	$1 + \cot^2 x = \csc^2 x$
$\tan(x \mp y) = \frac{\tan x \mp \tan y}{1 \pm \tan x \cdot \tan y}$	$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$
$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$	$\sec x = \frac{1}{\cos x}$
$\csc x = \frac{1}{\sin x}$	$1 - \cos 2x = 2 \sin^2 x$

وهناك العديد من المتطابقات ولكن هذه أهمها

تذكر أن :

$$1) \sqrt{x^2} = |x| \quad , \quad \sqrt{(x-2)^2} = |x-2| \quad , \quad (\sqrt{x})^2 = x \quad , \quad \sqrt{x^2} \neq x$$

$$2) |x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$3) |x| = a \Leftrightarrow x = a \text{ or } x = -a$$

$$4) e^{\ln(f(x))} = f(x) \quad , \quad \ln(e^{f(x)}) = f(x)$$

- لحل أي معادلة تربيعية والتي على الصورة العامة (**أو على الآلة الحاسبة**)

$$y = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

• تذكر قواعد الأسس

- الأسس في حالة الضرب تجمع. $(x^m \times x^n = x^{m+n})$

- الأسس في حالة القسمة تطرح. $(\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n})$

- الأسس في حالة الرفع تضرب. $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$

- أي عدد أس صفر = 1. $(x^0 = 1)$

- $\frac{0}{\text{عدد}} = 0$, $\frac{\text{عدد}}{0}$ غير معرف

- المسافة = السرعة × الزمن .

- هل تعلم أن مرافق $\sqrt{x} - 5$ هو $\sqrt{x} + 5$ وحاصل ضربهما هو $x - 25$.

- هل تعلم أن مرافق $\sqrt[3]{x} - 5$ هو $(\sqrt[3]{x^2} + 5\sqrt[3]{x} + 25)$ وحاصل ضربهما هو $x - 125$.

- هل تعلم أن $x - 125 = (\sqrt[3]{x} - 5)(\sqrt[3]{x^2} + 5\sqrt[3]{x} + 25)$

- تذكر قواعد اللوغاريتم

$$1) \ln(a \times b) = \ln a + \ln b$$

$$2) \ln(a \div b) = \ln a - \ln b$$

$$3) \ln(a^n) = n \ln a, \quad \ln(e^n) = n, \quad \ln 1 = 0, \quad \ln e = 1$$

معلومات عامة على الاشتقاق

• التفسير الفيزيائي

الرموز : المسافة : $S(t)$ ، السرعة المتجهة : $V(t)$ ، السرعة : $|V(t)|$

العجلة : $a(t)$ ، الهزة : $j(t)$ (جميعهم يشتق ضمناً بالنسبة لـ t)

$$V(t) = S'(t) = \frac{dS}{dt}$$

$$a(t) = V'(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2}$$

$$J(t) = a'(t) = \frac{da}{dt} = \frac{d^3S}{dt^3}$$

• المثلثية الدوال مشتقة

الدالة	مشتقة الدالة
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\sec^2 x$
$\cot x$	$-\csc^2 x$
$\sec x$	$\sec x \cdot \tan x$
$\csc x$	$-\csc x \cdot \cot x$

التكامل

الدالة	التكامل
a	$ax + c$
$x^n, n \neq -1$	$\frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$
$\sin kx$	$-\frac{1}{k} \cdot \cos kx + c$
$\cos kx$	$\frac{1}{k} \cdot \sin kx + c$
$\sec^2 kx$	$\frac{1}{k} \cdot \tan kx + c$
$\csc^2 kx$	$-\frac{1}{k} \cdot \cot kx + c$
$\sec kx \cdot \tan kx$	$\frac{1}{k} \cdot \sec kx + c$
$\csc kx \cdot \cot kx$	$-\frac{1}{k} \cdot \csc kx + c$
$\tan kx$	$\frac{1}{k} \cdot \ln \sec kx + c$
$\cot kx$	$\frac{1}{k} \cdot \ln \sin kx + c$

قواعد التكامل

• تعريف مجموع ريمان (صفحة 22 في كتاب الطالب)

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\|p\| \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n f(c_k) \Delta x_k$$

• $F(x)$ تسمى مشتقة عكسية ل $f(x)$

$$1) \quad \int f(x) . dx = F(x) + c$$

$$2) \quad F'(x) = f(x)$$

$$3) \quad \int_a^b f(x) . dx = F(b) - F(a)$$

• الدالة اللوغارتمية

$$1) \quad y = \ln (f (x)) \quad , \quad y' = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

$$2) \quad \int \frac{k}{ax+b} . dx = \frac{k}{a} . \ln |ax + b| + c$$

$$3) \quad \int \frac{f'(x)}{f(x)} . dx = \ln |f(x)| + c$$

• الدالة الأسية

•

$$1) \quad y = e^{f(x)} \quad , \quad y' = f'(x) . e^{f(x)}$$

دالة خطية فقط

$$2) \int e^{ax+b} . dx = \frac{1}{a} . e^{ax+b} + c$$

$$3) \int f'(x) . e^{f(x)} . dx = e^{f(x)} + c$$

● التكامل بالتعويض

الحالة الأولى :

$$\int (\text{غير خطية})^n \times (\text{مقدار}) . dx$$

خطوات الحل :

(1) نفرض أن غير خطية (صاحبة القوة) $u =$ بدون الأس .

(2) نشتق الفرضية ثم نجد منها dx .

(3) نعود الى التكامل ونعوض بالفرضية و dx .

(4) توجد علاقة بين المقدار ومشتقة صاحبة الأس .

الحالة الثانية :

$$\int (\text{غير خطية}) \times \sin (\text{مقدار}) . dx$$

ما ينطبق على Sin ينطبق على النسب المثلثية .

الحالة الثالثة :

$$\int (ax + b)^n . dx = \frac{1}{(n+1) \times a} . (ax + b)^{n+1} + c$$

$$* \int (\text{غير خطي}) \times e^{\text{مقدار}} . dx$$

نكامل على التعويض مع الفرض أن $u =$ الأس

$$(\int u.dv = u.v - \int v.du)$$

التكامل بالأجزاء

الحالة الأولى :

$$\int (مقدار) \times (خطية)^n . dx$$

الحالة الثانية :

$$\int (مقدار) \times Sin(خطية) . dx$$

$$\int مقدار \times e^{(خطي)} . dx$$

نكامل على الأجزاء مع الفرض أن $dv =$ الدالة الأسية , $u =$ المقدار

التكامل بالكسور الجزئية

- 1 - درجة البسط أقل من درجة المقام.
- 2 - درجة البسط أكبر من أو تساوي درجة المقام نلجأ إلى القسمة المطولة .

خصائص التكامل

- 1 - يجوز توزيع التكامل في الجمع والطرح فقط .
- 2 - لا يجوز توزيع التكامل بالضرب والقسمة .

$$1) \int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$$

$$2) \int_a^b k . dx = k \times (b - a) \quad , \quad 3) \int_a^a f(x) dx = 0 \quad , \quad 4) \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

$$5) \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

• ملاحظات حول التفسير الفيزيائي

$$1) \int f'(x).dx = f(x) \quad , \quad \int f''(x).dx = f'(x) + c \quad .$$

$$2) \int V(t).dt = s(t) + c \quad , \quad \int a(t).dt = v(t) + c$$

• **المساحة : A**

$$A = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$$

$$(x) dx = f(x) \quad , \quad \frac{d}{dx} \int_a^b f(x) dx = 0 \quad .$$

• النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل الجزء (1)

$$\frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = f(x) = \frac{dF}{dx}$$

• بشكل عام

$$\frac{d}{dx} \left(\int_{h(x)}^{g(x)} f(t) dt \right) = f(g(x)) \times g'(x) - f(h(x)) \times h'(x)$$

• النظرية الأساسية الجزء (2)

إذا كانت f متصلة عند كل نقطة من الفترة $[a, b]$ ، وإذا كانت F هي أي مشتقة عكسية للدالة f على $[a, b]$ عندئذ

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

• نظرية القيمة المتوسطة في التكامل المحدد

إذا كانت f متصلة على الفترة $[a, b]$ فهناك عدد مثل c في الفترة المغلقة $[a, b]$ بحيث

$$av(f) = f(c) = \frac{1}{b-a} \times \int_a^b f(x) \cdot dx$$

• تعريف المساحة بين الدالتين

إذا كانت كل من f, g متصلتين حيث $f(x) \geq g(x)$ على الفترة $[a, b]$ ، فإن المساحة بين المنحنيين $y_1 = g(x)$ ، $y_2 = f(x)$ من a إلى b هي

$$A = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

• تعريف الحجم

$$V = \int_a^b A(x) dx$$

• تذكر مهمات

- مساحة المربع = طول الضلع $\times$ طول الضلع.
- مساحة الدائرة = $\pi \cdot r^2$ حيث r نصف القطر .
- مساحة المثلث المتساوي الاضلاع = $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot x^2$. حيث x طول الضلع.

• تعريف : طول قوس (طول منحنى ممهد) .

إذا بدأ منحنى ممهد عند النقطة (a, c) وانتهى عند النقطة (b, d) حيث $a < b$ فإن طول قوس المنحنى هو :

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

إذا كانت y دالة ممهدة في x على $[a, b]$

انتهى مع تمنياتي للجميع بالتوفيق