الصف : الثاني عشر العلمي الفصل الثاني 2009/2010 م

أسئلة مجدية لاختبار ذكاء طلابنا إعداد مدرس المادة : سرحان الجراح

اسم الطالب :	المادة : الرياضيات

1) إذا علمت أن

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} Cos^4x\,.dx = \quad , \quad J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} Sin^4x\,.dx$$

أ) اثبت أن $Cos^4x + Sin^4x = \frac{3}{4} + \frac{Cos4x}{4}$

ب) أوجد قيمة $I + J$ ؛ $I - J$.

ت) استنتج قيم كل من I, J .

(إرشاد : $a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2$)

2) لتكن $I_n = \int_{-1}^{0} x^n . \sqrt{x+1}\, dx$ حيث n عدد كلي

أ) أثبت أن $I_0 = \frac{2}{3}$, $I_1 = \frac{-4}{15}$.

ب) أثبت أن العلاقة التالية

$$I_n = \frac{-2n.I_{n-1}}{3+2n}$$

ث)استنتج قيم I_2 و I_3 ؟

3) إذا كان n عدد صحيح موجب اثبت أن

$$\frac{n+1}{2} \cdot \int_{-1}^{1} x^n \, dx = \begin{cases} 1 & , \ n \text{ زوجي} \\ 0 & , \ n \text{ فردي} \end{cases}$$

4) إذا كانت a ، b أعداد حقيقية

$$\int (ax+b)^n \, dx = \frac{1}{n \times a} \times (ax+b)^{n+1} + c \quad \text{وكانت}$$

استخدم هذه القاعدة في إيجاد التكاملات التالية :-

1) $\int x \sqrt[3]{\frac{2}{x^3} + \frac{5}{x^2}} \, . \, dx$

2) $\int_1^5 \sqrt{x^2 - 6x + 9} \, . \, dx$

3) $\int x^8 \, . \, (\frac{2}{x} - \frac{3}{x^2})^4 . \, dx$

5) بـيّن أن

1) $$0 \leq \int_0^1 x^{10}.\sqrt{1+x^2}\ dx \leq \sqrt{2}$$

إذا كان n عدد نسبي أثبت أن

2) $$\int_0^1 x^n\,.dx + \int_0^1 x^{\frac{1}{n}}.dx = 1$$

6) اذا كان $f(x)$ **دالة متصلة على الفترة** $[1\,,5]$ **وكانت القيمة الصغرى للدالة** $f(x)$ **هي -2 والقيمة العظمى المطلقة لها هي 4**

فإذا كان $m \leq \int_1^5 f(x)\,.dx \leq n$ **فما قيمة m , n ؟**

7) إذا كان $f(x) = x.Lnx$ **أوجد :**

أ) $f'(x)$

ب) استخدم الفرع (أ) في إيجاد

1)

8) إذا كان $y = x^n . e^x$ حيث n عدد طبيعي ، e = 2.72

1) أوجـد $\frac{dy}{dx}$ ؟

2) إذا كانت $I_n = \int x^n . e^x . dx$ ، أثبت أن

$$I_n = x^n . e^x - nI_{n-1}$$

3) *إذا كانت* $I_0 = e^x$ *أوجد* I_1 , I_2 , I_3 *ثم أوجد قاعدة*

عامة للتعبير I_n *باستخدام رمز المجموع* $\sum_{i=0}^{n}(\quad)$ ؟

****

9) آلة صناعية قيمتها عند شراءها (2500 درهم) وكانت قيمتها تتناقص بمرور الزمن وفق العلاقة التالية :

$$\frac{df}{dt} = -500\,(t+1)^{-2}$$

حيث f قيمة الآلة بعد t سنة من شراءها . احسب قيمة هذه الآلة بعد 3 سنوات من شراءها

10) استخدم القاعدة التالية في إيجاد ما يلي :-

1) $\int \frac{1}{1+e^{-x}} . dx$

2) $\int \frac{\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x}-1} . dx$

****

11) يزداد عدد سكان مدينة العين بمعّدل 0.02 من عددهم سنويا فإذا كان عدد سكان المدينة الآن 100000 نسمة فأوجد عدد السكان بعد 20 سنة ؟

12) العلاقة بين الدالة الآسية والدالة اللوغاريتمية هي

$x = e^y$ فإن $Lnx = y$

اعتمد على هذه العلاقة في إيجاد

13) أوجد قيمة التكامل التالي

$$1)\quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2.Sinx.dx$$

بفرض أن

$$2)\ I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n.Sinx.dx$$

اثبت صحة العلاقة التالية :

$$I_n = n\left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1} - n(n-1).I_{n-2}$$

استخدم العلاقة السابقة في إيجاد قيمة

$$3)\quad I_4 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^4.Sinx.dx$$

****

14) أوجد قيمة التكامل التالي :

$$1)\quad \int_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2}.dx$$

ثم أوجد ما يلي

$$\int_{-a}^{a} \sqrt{a-x^2}.dx \qquad , \ a > 0$$

15) الجدول التالي يمثل العلاقة بين الزمن والسرعة المتجهة

t	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
V(t)	-4	-19.8	-31.9	-37.7	-39.5	-40	-40

1) لأجل كل فترة من الفترات قدّر المسافة التي تحركها هذا المتحرك .

2) قدّر المسافة في الفترة $[0\ ,\ 3]$.

****

16) اثبت أن

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^2}.dt + \int_0^{\frac{1}{x}} \frac{1}{1+t^2}.dt \quad , \ x > 0$$

هي دالة ثابتة ؟

****

17) تأكد من المساواة صحيحة

$$\int (Lnx)^2 \ .dx = x.(Lnx)^2 - 2xLnx + 2x + c$$

****

18) لتكن $F(x) = \int_1^x \frac{1}{t}.dt$ **أثبت أن**

$$F\left(\frac{1}{a}\right) = -F(a) \quad , \ a > 0$$

انتهت ورقة العمل