الأسبوع الثانى عشر(الأخير)

السؤال الأول :

أولا : ما هي معادلة القطع الزائد الذي فيه البعد بين البؤرتين يساوي 12 وفيه $\frac{c}{a} = \frac{3}{2}$ ؟

كم حلا للسؤال السابق؟

الحل : البعد بين البؤرتين 2C = 12

يعني أن C=6

$$\frac{c}{a} = \frac{3}{2} = \frac{6}{a} \quad \rightarrow\rightarrow \quad a = 4$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$36 - 16 = b^2$$

$$20 = b^2$$

وهنا يوجد حالتين

الحالة الأولى

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$$

الحالة الثانية

$$\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{20} = 1$$

ثانيا :تتحرك النقطة $M(x\,,y)$ بحيث يكون مطلق الفرق بين بعديها عن النقطتين $(0\,,-7)$, $((0\,,7))$ يساوي دائما 3 أوجد معادلة المنحنى الذي تتحرك عليه النقطة M .

الحل : المنحنى الذي تتحرك عليه النقطة هو قطع زائد النقطتين الثابتتين $(0\,,-7)$, $((0\,,7))$ هما البؤرتين هذا يعني أن $c=7$

$$2a=3 \quad \rightarrow \quad a=\frac{3}{2}$$

$$a^2+\ b^2=\ c^2$$

$$b^2=49-\frac{9}{4}=\frac{187}{4}$$

$$\frac{4y^2}{9}-\frac{4x^2}{187}=1$$

<u>السؤال الثاني:</u>

أولا :

لدينا القطع الناقص الذي معادلته $11x^2+\ 7y^2=77$ أوجد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه رأسا القطع الناقص السابق والذي رأساه بؤرتا القطع الناقص السابق

الحل : القطع الناقص هو $\frac{x^2}{7}+\frac{y^2}{11}=1$

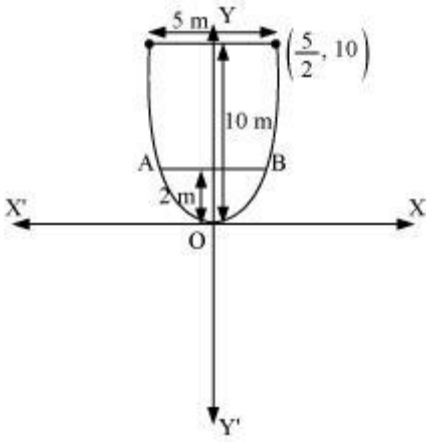
رأساه $\left(0\,,\pm\sqrt{11}\right)$ $b^2+c^2=a^2$

$$c^2=11-7=4$$

البؤرتين هما $(0\,,\pm2)$

القطع الزائد المطلوب رأساه هما $(0\,,\pm2)$ وبؤرتاه هما $\left(0\,,\pm\sqrt{11}\right)$

المعادلة هي $\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{7}=1$



ثانيا:

في الشكل المجاور قوس على شكل قطع مكافئ رأسه عند نقطة الأصل ومحوره هو oy , إرتفاع هذا القوس 10 m وعرض القاعدة هو 5m أوجد عرض هذا القطع عند الإرتفاع 2m

(أي المطلوب طول AB)

الحل

معادلة القطع المكافئ هي $x^2 = ay$

لكن هذا المنحنى يمر بالنقطة $\left(\frac{5}{2}, 10\right)$

$$\frac{25}{4} = a \times 10 \quad \rightarrow \quad a = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$$

$$x^2 = \frac{5}{8}\, y$$

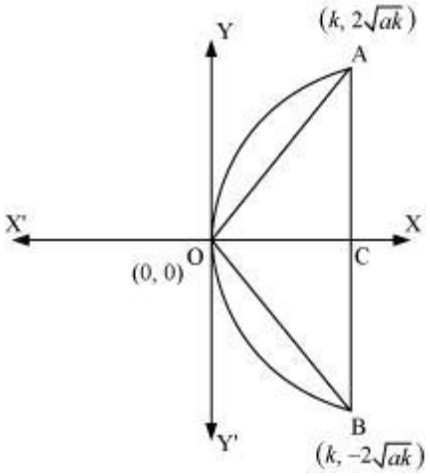
عند إرتفاع 2m يكون الاحداثي السيني للنقطة B هو

$$x^2 = \frac{5}{8} \times 2 \qquad \rightarrow\rightarrow \quad x = \sqrt{\frac{5}{4}}$$

وبالتالي أن طول القطعة $AB = 2 \times \sqrt{\frac{5}{4}} = \sqrt{5}$

السؤال الثالث

مثلث متساوي الأضلاع OAB مرسوم داخل قطع مكافئ معادلته $y^2 = 4ax$ بحيث يكون رأس المثلث منطبق على رأس القطع المكافئ أوجد طول ضلع المثلث . (a مقدار موجب)



الحل : لنفرض أن الشكل المرسوم يمثل المسألة

لنفرض أن AB يتقاطع مع المحور OX في C

ولنفرض أن $OC = K$ عندئذ تكون

$$C\,(K\,,0)\ ,A\big(K\,,2\sqrt{aK}\big)\ ,\ B\big(K\,,-2\sqrt{aK}\big)$$

وبالتالي فإن

$$AB = CA + CB = 2\sqrt{aK} + 2\sqrt{aK} = 4\sqrt{aK}$$

ولكن

$$(OA)^2 = (AB)^2$$

$$k^2 + \left(2\sqrt{aK}\right)^2 = \left(4\sqrt{aK}\right)^2$$

$$K^2 + 4aK = 16aK$$

$$K^2 = 12aK \quad \rightarrow\rightarrow\rightarrow \quad K = 12a$$

$$AB = 4\sqrt{aK} = 4\sqrt{12a^2} = 8\sqrt{3}\,a$$