اجابات الاسبوع السادس

السؤال الاول : **أولا : لعدد معين من السكان ، كان معدل الولادة يعطى بالعلاقة**

$$f(t) = 410 - 0.3t \quad \text{كائن / شهر}$$

والوفيات بالمعادلة $g(t) = 390 + 0.2t$ **كائن / شهر**

1) وضح ماالذي يعبر عنه التكامل المحدد $\int_0^{12}[f(t) - g(t)]\,dt$ **ثم أوجد قيمته .**

2) حدد أي قيم ل t **تجعل معدل الولادات أكبر من معدل الوفيات .**

الاجابة :

1) يعبر عن صافي التغير في عدد السكان في اول 12 شهر .

(2

$$f(t) > g(t)$$
$$410 - 0.3t > 390 + 0.2t$$
$$20 > 0.5t$$
$$40 > t$$

معدل الولادات اكبر من معدل الوفيات في 40 شهر الاولى

ثانيا : 1) أوجد قيمة التكامل

$$\int_{e^{-6}}^{e^6} \frac{\sqrt{36-(lnx)^2}}{x}\,dx$$

الحل :

$$\int_{e^{-6}}^{e^6} \frac{\sqrt{36-(\ln x)^2}}{x}\,dx \qquad u = \ln x \qquad x = e^{-6} \rightarrow u = -6$$

$$x\,du = dx \qquad x = e^6 \rightarrow u = 6$$

$$\int_{-6}^{6} \frac{\sqrt{36-u^2}}{x}\,x\,du = \int_{-6}^{6} \sqrt{36-u^2}\,du = \frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{1}{2}\pi \times 36 = 18\pi$$

2) أوجد قيمة التكامل $\int_0^1 f(3x+1)\,dx$ **إذاعلمت**

$\int_1^4 (2+f(x))\,dx = 10$ **أن**

$$\int_1^4 (2+f(x))dx = 10 \qquad \int_1^4 2dx + \int_1^4 f(x)dx = 10$$

$$6 + \int_1^4 f(x)dx = 10 \qquad \int_1^4 f(x)dx = 10 - 6 = 4 \qquad \rightarrow (1)$$

$$\int_0^1 f(3x+1)dx \qquad u = (3x+1) \qquad x = 0 \rightarrow u = 1$$

$$\frac{du}{3} = dx \qquad x = 1 \rightarrow u = 4$$

$$\frac{1}{3}\int_1^4 f(u)du = \frac{1}{3}\times 4 = \frac{4}{3} \qquad from\ (1)$$

ثالثا : تحقق من صحة العلاقة التالية بطريقتين

$$\int (\cos x)^n\,dx = \frac{1}{n}(cosx)^{n-1}\sin x + \frac{n-1}{n}\int (\cos x)^{n-2}\,dx$$

1) باشتقاق الطرف الثاني

2) باستخدام التكامل بالتجزئ

ثم أوجد $\int (\cos x)^4\,dx$

الحل.)

بأشتقاق الطرف الثاني :

$$= \frac{1}{n}(\cos x)^{n-1}(\cos x) + \frac{n-1}{n}(\cos x)^{n-2}(-\sin x)(\sin x) + \frac{n-1}{n}(\cos x)^{n-2}$$

$$= \frac{1}{n}(\cos x)^n + \frac{n-1}{n}\left[(\cos x)^{n-2}(-\sin x)^2 + (\cos x)^{n-2}\right]$$

$$= \frac{1}{n}(\cos x)^n + \frac{n-1}{n}(\cos x)^{n-2}\left[(-\sin x)^2 + 1\right]$$

$$= \frac{1}{n}(\cos x)^n + \frac{n-1}{n}(\cos x)^{n-2}(\cos x)^2$$

$$= \frac{1}{n}(\cos x)^n + \frac{n-1}{n}(\cos x)^n$$

$$= (\cos x)^n\left[\frac{1}{n} + \frac{n-1}{n}\right]$$

$$= (\cos x)^n\left[\frac{1}{n} + 1 - \frac{1}{n}\right]$$

$$= (\cos x)^n$$

□) تكامل بالتجزئ :

$$\int (\cos x)^n dx = \int (\cos x)^{n-1} (\cos) dx$$

$$u = (\cos x)^{n-1} \qquad dv = (\cos) dx$$

$$du = (n-1)(\cos x)^{n-2}(-\sin x)dx \qquad v = \sin x$$

$$\int (\cos x)^n dx = (\cos x)^{n-1}(\sin x) - \int (\sin x)(n-1)(\cos x)^{n-2}(-\sin x)dx$$

$$\int (\cos x)^n dx = (\cos x)^{n-1}(\sin x) + (n-1)\int (\sin x)^2 (\cos x)^{n-2} dx$$

$$\int (\cos x)^n dx = (\cos x)^{n-1}(\sin x) + (n-1)\int (1-\cos^2 x)(\cos x)^{n-2} dx$$

$$\int (\cos x)^n dx = (\cos x)^{n-1}(\sin x) + (n-1)\int ((\cos x)^{n-2} - (\cos x)^n) dx$$

$$\int (\cos x)^n dx = (\cos x)^{n-1}(\sin x) + (n-1)\int (\cos x)^{n-2} - (n-1)\int (\cos x)^n dx$$

$$(n-1)\int (\cos x)^n dx + \int (\cos x)^n dx = (\cos x)^{n-1}(\sin x) + (n-1)\int (\cos x)^{n-2}$$

$$n\int (\cos x)^n dx = (\cos x)^{n-1}(\sin x) + (n-1)\int (\cos x)^{n-2} dx$$

$$\int (\cos x)^n dx = \frac{(\cos x)^{n-1}(\sin x) + (n-1)\int (\cos x)^{n-2} dx}{n}$$

$$\int (\cos x)^n dx = \frac{1}{n}(\cos x)^{n-1}(\sin x) + \frac{(n-1)}{n}\int (\cos x)^{n-2} dx$$

ثم يمكن ايجاد

$$\int (\cos x)^4 dx = \int (\cos x)^3 (\cos) dx$$

بنفس الطريقة .....

السؤال الثاني :

1) إستخدم التعويض $u = x^{\frac{1}{6}}$ **لإيجاد قيمة التكامل** $\int \frac{1}{x^{\frac{5}{6}} + x^{\frac{2}{3}}}\, dx$

2) إستخدم الفكرة السابقة في 1) لإيجاد $\int \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}\, dx$

3) ماهو التعويض المناسب برأيك الذي يستخدم لإيجاد التكامل $\int \frac{1}{x^{\frac{(p+1)}{q}} + x^{\frac{p}{q}}}\, dx$

حيث q و p موجبان

4) أوجد $\int \frac{1}{x^{\frac{1}{5}} + x^{\frac{1}{2}}}\, dx$

الحل :

$$\int \frac{1}{x^{\frac{5}{6}} + x^{\frac{2}{3}}} dx = \int \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}(x^{\frac{1}{6}} + 1)} dx$$

تعويض $u = x^{\frac{1}{6}}$ $6x^{\frac{5}{6}} du = dx$

$$= \int \frac{6x^{\frac{5}{6}} du}{x^{\frac{2}{3}}(u + 1)} = \int \frac{6x^{\frac{1}{6}} du}{(u + 1)} = \int \frac{6u}{(u + 1)} du$$

$$= 6\int \frac{u}{(u + 1)} du$$

$$= 6\int \frac{u + 1 - 1}{(u + 1)} du = 6\int (1 - \frac{1}{(u + 1)}) du$$

$$= 6u - 6\ln|u + 1| + c$$

$$= 6x^{\frac{1}{6}} - 6\ln|x^{\frac{1}{6}} + 1| + c$$

بنفس الفكرة نوجد حل رقم بوضع $U = X^{\frac{1}{6}}$ رقم) بوضع $U = X^{\frac{1}{10}}$