إجابات دليل التفوق ـــــ مريم عبد الحميد الشرقاوي

مدرسة الرفاع للتعليم الثانوي ـــــ ثاني عشر علمي /١

السؤال الأول :

تحقق من صحة ما يلي :

$$1.\int xsinx\,dx = sinx - xcosx + c$$

نشتق الطرف الأيسر $[sinx - xcosx + c\ ]$

$$= cosx - (cosx - xsinx\ )$$

$$= cosx - cosx + xsinx$$ نوزع إشارة السالب على القوس

$$= cosx - cosx + xsinx$$

$$= xsinx$$

وبما أن مشتقة الطرف الأيمن تساوي الدالة المكاملة ، فإذا العلاقة صحيحة ..

$$2.\int (\ln x)^2\ \ dx = x(lnx)^2 - 2xlnx + c$$

نشتق الطرف الأيسر $[x(lnx)^2 - 2xlnx + c\ ]$

$$= ((lnx)^2 + 2x(lnx)\frac{1}{x}) - \left(2x\frac{1}{x} + 2lnx\right) + 2$$

نختصر x البسط مع x المقام، ونوزع إشارة السالب للقوس الثاني

$$= (lnx)^2 + 2(lnx) - 2 - 2(lnx) + 2$$

$= (lnx)^2 + 2(lnx) - 2 - 2(lnx) + 2$ نجمع المتشابهات فتحذف مع بعضها

$$= (lnx)^2$$

وبما أن مشتقة الطرف الأيمن تساوي الدالة المكاملة ، فإذا العلاقة صحيحة .

السؤال الثاني :

إذا كانت $y = x(\sec x)^2$

١. أوجدي $\frac{dy}{dx}$

$$\frac{dy}{dx} = secx^2 + 2x\ secx\ secx\ tanx$$
$$= secx^2 + 2x\ secx^2 tanx$$

٢. استفد من العلاقة السابقة في إيجاد $\int x(\sec x)^2 \tan x\, dx$

$$y = \int \frac{dy}{dx}\, dx = \int (\sec x)^2\, dx + \int 2x(\sec x)^2 \tan x$$
$$y = tanx + 2\int x(\sec x)^2 \tan x$$
$$y - tanx = 2\int x(\sec x)^2 \tan x$$

نعوض مكان y بالدالة الأصلية $x(\sec x)^2 - tanx = 2\int x(\sec x)^2 \tan x$

$$\int x(\sec x)^2 \tan x = \frac{1}{2}(x(\sec x)^2 - tanx)$$

السؤال الثالث :

إذا كانت $y=\ln(secx+tanx)$

١. أوجد $\frac{dy}{dx}$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{secxtanx+secx^2}{secx+tanx}$$

$$=\frac{secx(tanx+secx)}{secx+tanx}=sec$$

٢. استفد من العلاقة السابقة في إيجاد المشتقة العكسية للدالة $f(x)=secx$

بما أن

$$\frac{dy}{dx}\ln(secx+tanx)=secx$$

إذا : $\int secx=\ln(secx+tanx)$