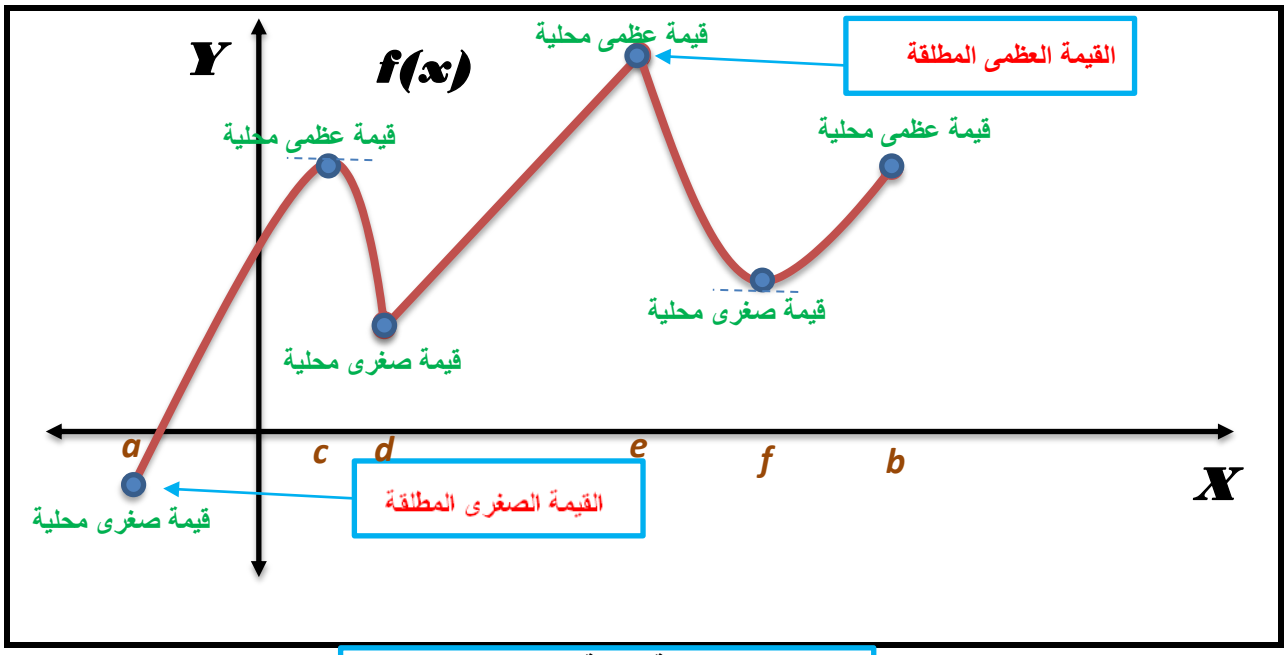
القيم القصوى



f(x)دالة متصلة على [a,b]

$f'(x)$	$f(x)$
	القيم العظمى المحلية
$f'(c)=0$	$f(c)$ عند $x=c$
$f'(e)$ غير موجودة	$f(e)$ عند $x=e$
b نقطة طرفية	$f(b)$ عند $x=b$
	القيم الصغرى المحلية
a نقطة طرفية	$f(a)$ عند $x=a$
$f'(d)$ غير موجودة	$f(d)$ عند $x=d$
$f'(f)=0$	$f(f)$ عند $x=f$
	القيمة العظمى المطلقة
$f'(e)$ غير موجودة	$f(e)$ عند $x=e$
	القيمة الصغرى المطلقة
a نقطة طرفية	$f(a)$ عند $x=a$

لاحظ من الرسم	x	a	(a,c)	c	(c,d)	d	(d,e)	e	(e,f)	f	(f,b)	b
	$f'(x)$	طرفية	+	0	-	غير موجودة	+	غير موجودة	-	0	+	طرفية
	$f(x)$	صغرى(م)	متزايدة	عظمى(م)	متناقصة	صغرى(م)	متزايدة	عظمى(م)	متناقصة	صغرى(م)	متزايدة	عظمى(م)

سؤال وجواب لتوضيح وشرح القيم القصوى
تحليلياً والتأكد من خلال رسم الدالة

الرسم البيانى التالى يمثل بيان الدالة $f(x) = x^3 - 3x^2$ على الفترة $[-1, 4]$

النقاط الحرجة

هى النقاط الداخلية أى التى تنتمى للفترة (-1,4) والتى تكون عندها المشتقة

- غير موجودة
- تساوى صفر

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$f'(x) = 0 \quad \rightarrow \quad 3x^2 - 6x = 0$$

$$3x(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 0 \quad , \quad x = 2$$

نقاط حرجة

x	-1	(-1,0)	0	(0,2)	2	(2,4)	4	لاحظ من الرسم
$f'(x)$	طرفية	+	0	-	غير موجودة	+	طرفية	
$f(x)$	(-4) ص م	متزايدة	0 ع م	متناقصة	(-4) ص م	متزايدة	16 ع م	

$f(x)$ متزايدة على $[-1,0]$, $[2,4]$

$f(x)$ متناقصةعلى $[0,2]$

للدالة قيمة عظمى محلية قيمتها (0) عند $x = 0$

للدالة قيمة عظمى محلية قيمتها (16) عند $x = 4$

للدالة قيمة صغرى محلية قيمتها (-4) عند $x = -1$

للدالة قيمة صغرى محلية قيمتها (-4) عند $x = 2$

القيمة الصفرى المطلقة قيمتها (- 4) عند $x = 2$, $x = -1$ القيمة العظمى المطلقة قيمتها (16) عند $x = 4$

سؤال فى القيم القصوى المحلية

إذا كانت $f(x) = |\sin x| \ , \quad x \in [0, 2\pi]$

أوجد

1) النقاط الحرجة
2) فترات التزايد وفترات التناقص
3) القيم القصوى المحلية
4) تحقق من صحة الحل من خلال رسم بيان الدالة

الاجابة :

أولاً نعيد تعريف الدالة عن طريق إعادة تعريف المطلق

$$f(x) = |\sin x| = \begin{cases} \sin x, & 0 \le x < \pi \\ -\sin x, & \pi \le x \le 2\pi \end{cases}$$

لإيجاد النقاط الحرجة نوجد $f'(x)$

$$f'(x) = \begin{cases} \cos x, & 0 < x < \pi \\ -\cos x, & \pi < x < 2\pi \end{cases}$$

1) نبحث عن النقاط الحرجة فى $(0,\pi)$ بوضع $f'(x) = 0$

$$\therefore \cos x = 0 \ , x \in (0,\pi) \quad \therefore \ x = \frac{\pi}{2} \in (0,\pi)$$

نقطة حرجة $\therefore \ x = \frac{\pi}{2}$

2) نبحث عن النقاط الحرجة فى $(\pi, 2\pi)$ بوضع $f'(x) = 0$

$$\therefore -\cos x = 0 \ , x \in (\pi,2\pi) \quad \therefore \ x = \frac{3\pi}{2} \in (\pi,2\pi)$$

نقطة حرجة $\therefore \ x = \frac{3\pi}{2}$

3) نبحث هل $x = \pi$ نقطة حرجة أم لا وذلك بإيجاد $f'(\pi)$

$$f'(\pi^+) = -\cos \pi = -(-1) = 1 \quad , \quad f'(\pi^-) = \cos \pi = -1$$

$$\therefore f'(\pi^+) \neq f'(\pi^-)$$

نقطة حرجة $\therefore \ x = \pi$

∴ النقاط الحرجة هى $x = \frac{\pi}{2} \ , \ x = \pi \ , \ x = \frac{3\pi}{2}$

لاحظ من الرسم	x	0	$(0,\frac{\pi}{2})$	$\frac{\pi}{2}$	$(\frac{\pi}{2},\pi)$	π	$(\pi,\frac{3\pi}{2})$	$\frac{3\pi}{2}$	$(\frac{3\pi}{2},2\pi)$	2π
	$f'(x)$	طرفية	+	0	-	غير موجودة	+	0	-	طرفية
	$f(x)$	0 قص	متزايدة	1 ق	متناقصة	0 قص	متزايدة	1 ق	متناقصة	0 قص

فترات التزايد $[0,\frac{\pi}{2}]$, $[\pi,\frac{3\pi}{2}]$

فترات التناقص $[\frac{\pi}{2},\pi]$, $[\frac{3\pi}{2},2\pi]$

القيم العظمى المحلية

قيمة عظمى محلية قيمتها 1 عند $x=\frac{\pi}{2}$

قيمة عظمى محلية قيمتها 1 عند $x=\frac{3\pi}{2}$

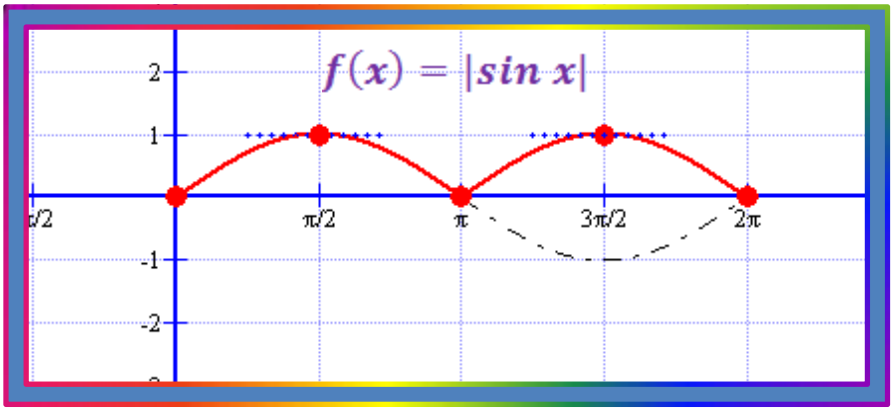
القيم العظمى المحلية

قيمة صغرى محلية قيمتها 0 عند $x=0$

قيمة صغرى محلية قيمتها 0 عند $x=\pi$

قيمة صغرى محلية قيمتها 0 عند $x=2\pi$

يمكنك التحقق من صحة الاجابة من خلال رسم بيان الدالة كما هو مبين



(للموضوع بقية)

سعيد جلال