سؤال توضيحى للقيم القصوى المطلقة

تذكر

نظرية القيمة القصوى :
إذا كانت f دالة متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$ فإن f تكون لها قيمة عظمى وقيمة صغرى

توضيح

فى حالة توافر شرط النظرية فإن القيم القصوى (*العظمى والصغرى*) *إما تقع عند النقاط الطرفية* a,b
أو عند النقاط الحرجة (*وهى النقاط الداخلية والتى عندها المشتقة تساوى صفر أو غير موجودة*)

توضيح

فى حالة *عدم* *توافر شروط النظرية فإنه ليس من الضروة أن تتواجد قيم قصوى*
وهذا يعنى أنها قد توجد أو لاتوجد

توضيح

إذا كان مجال الدالة الفترة مفتوحة (a,b) *فلا توجد قيم قصوى عند* a,b
حيث أن هاتان النقطتان لاتنتميان لمجال الدالة

السؤال

هل يمكن تطبيق نظرية القيم القصوى على الدالة $f(x)=\sqrt{-x^2+6x+7}$
أوجد القيم القصوى لهذه الدالة

الإجابة هل هذه الدالة تتوافر فيها شروط نظرية القيمة القصوى ؟
أى هل هى متصلة على فترة مغلقة ؟ إن وجدت فما هى ؟
للإجابة على هذا السؤال يجب معرفة مجال هذه الدالة لإنها ستكون متصلة على مجالها (راجع اتصال الدالة الجذرية)
مجال الدالة :

$$-x^2+6x+7\geq 0$$
$$-(x^2-6x-7)\geq 0$$
$$-(x-7)(x+1)\geq 0$$
$$(x-7)(x+1)\leq 0$$

ملاحظة : الدالة الجذرية متصلة على مجالها

x		-1		7	
(x+1)	- - -	0	+ + +	+	+ + +
(x-7)	- - -	-	- - -	0	+ + +
(x+1)(x-7)	+ + +	0	- - -	0	+ + +

من خلال دراسة الاشارة
∴ مجال الدالة هو الفترة المغلقة $[-1,7]$ ∴ الدالة متصلة على $[-1,7]$
∴ يمكن تطبيق نظرية القيمة القصوى على الدالة $f(x)$
حسب نظرية القيمة القصوى توجد قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة إما عند الطرفين أو عند النقاط الحرجة

الان نبحث عن النقاط الحرجة فى الفترة $(-1,7)$

$$f'(x)=\frac{-2x+6}{2\sqrt{-x^2+6x+7}}=\frac{-(x-3)}{\sqrt{-x^2+6x+7}}$$

بوضع $f'(x) = 0$

$x = 3 \in (-1,7)$

$\therefore x = 3$ نقطة حرجة

ملاحظة : تكون $f'(x)$ غير موجودة عند أصفار المشتقة أى عند $x = -1 , x = 7 \notin (-1,7)$

$\therefore$ النقطة الحرجة الوحيدة هى $x = 3$

الحرجة — الطرفين

الآن لدينا 3 نقاط من المفترض أن تقع فيهم القيم القصوى المطلقة هم $x = -1 , \quad x = 7 , \quad x = 3$

بالتعويض فى الدالة $f(x)$ نجد أن

$f(-1) = 0$

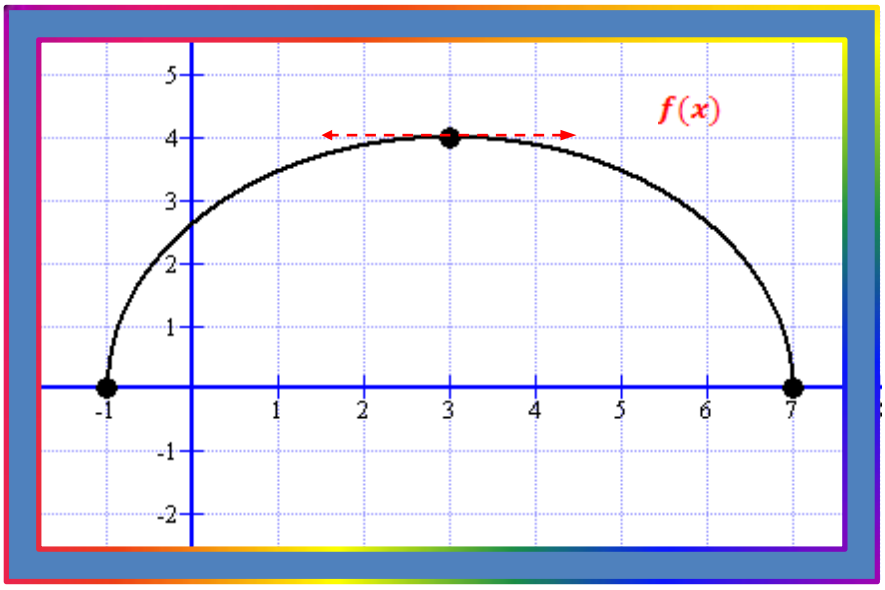
$f(7) = 0$

$f(3) = 4$

$\therefore$ القيمة االصغرى المطلقة تساوى 0 وتقع عند $x = -1, x = 7$

القيمة العظمى المطلقة تساوى 4 وتقع عند $x = 3$

الأن إليك رسم الدالة $f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x + 7}$ للتأكد من صحة الحل



سعيد جلال

امنياتى لكم بالتوفيق والنجاح بإذن الله