تدريبات على الوحدة الثانية (شاملة معظم الأفكار الموجودة في المنهاج)

السؤال الأول :- **(المشتقة باستخدام التعريف)**

أوجد مشتقة الدوال التالية (باستخدام تعريف المشتقة) عند النقاط المبينة

1. $f(x) = 2x - x^2$, $x = -1$

.....

.....

.....

.....

---

2. $g(x) = \dfrac{1-x}{1+x}$, $x = 0$

.....

.....

.....

.....

---

3. $h(x) = x + 2\sqrt{x}$, $x = 1$

.....

.....

.....

.....

السؤال الثاني :- (قابلية الاشتقاق)

أ) فسر عدم قابلية الاشتقاق لكل من الدوال التالية عند x = 0

1. $f\,(x) = \sqrt{x}$

.....

.....

2. $g\,(x) = [x]$

.....

.....

3. $h\,(x) = |x|$

.....

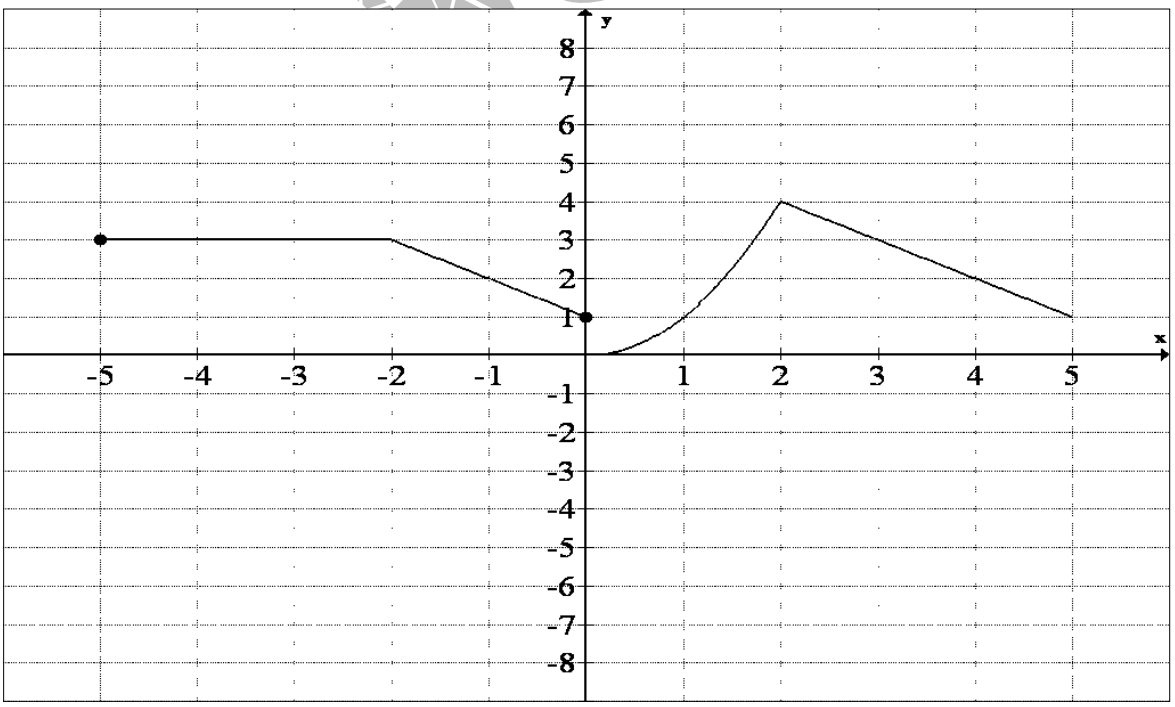
.....

4. $q\,(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ x^2+1, & x \geq 0 \end{cases}$

.....

.....

ب) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة f (x) ، أجب عما يلي



1 - حدد النقاط التي تكون عندها الدالة غير قابلة للاشتقاق على[5 ، 5-]
و بين السبب

.....

.....

2 -أوجد من الشكل

$a)\ \lim_{h\to 0}\frac{f(h-1)-2}{h}$ $b)\ \lim_{x\to 2^+}\frac{f(x)-4}{x-2}$

.....

.....

.....

3 – مثل بيانيا $f'(x)$ على الفترة [5 ، 5-]

السؤال الثالث : (قواعد الاشتقاق) :-

أ) أوجد مشتقة كل من الدوال التالية :-

1. $f(x)=x^3+\frac{1}{2x}-\sqrt{6}$

.....

.....

2. $f(x)=\frac{1-6x}{x^2+1}$

.....

.....

ب) إذا كان $f(x) = x^3 + ax$ ، حيث a ثابت

1 -أوجد قيمة a اذا كان ميل المنحنى عند (1 , 4) يساوي 6

.....

.....

2 -أوجد النقاط الواقعة على المنحنى و التي يكون ميل المماس عندها يساوي 8

.....

.....

3 -أثبت (جبريا) عدم وجود مماسات أفقية لمنحنى الدالة f على مجالها

.....

.....

ج) أثبت أن مساحة المثلث المحصور بين مماس المنحنى $y = \frac{1}{x}$ ، (x > 0) عند أي نقطة مع محوري السينات و الصادات دائما تساوي 2

.....

.....

.....

.....

د) قررت شركة أجهزة كهربائية تزويد مدراء المشاريع و البالغ عددهم 50 ، بأجهزة خلوية لكل منهم بكلفة 1250 درهم للجهاز ، إذا كان عدد المدراء في الشركة يتزايد بمعدل 4 في السنة ، و سعر جهاز الخلوي يتناقص بمعدل 100 درهم في السنة ، أوجد معدل التغير في التكلفة الكلية للأجهزة الخلوية

.....

.....

.....

ه) إذا كان للدالة $f\ (x) = \frac{h\ (x)}{g\ (x)}$ مماسا أفقيا عند x = a ، أثبت أن

$$\frac{h\ (a)}{g\ (a)} = \frac{h/(a)}{g/(a)}$$

.....

.....

.....

و) إذا كان $\boldsymbol{f\ (x) = x^{\frac{1}{3}} \sin x}$ هل تستطيع إيجاد $f/(0)$ ، باستخدام قواعد الاشتقاق (إذا لم تستطع استخدم تعريف المشتقة)

.....

.....

.....

.....

.....

<u>السؤال الرابع</u> :- (مشتقة الدوال المثلثية)

<u>أ)</u> أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $f\ (x) = x\ tanx$ ، عند $x = \frac{\pi}{4}$

.....

.....

.....

ب) إذا كان $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$

أثبت أن الدالة f متصلة ، و قابلة للاشتقاق لجميع قيم x

.....

.....

.....

ج)إذا كانت $y = \cot x + \csc x$ أثبت أن $\frac{d^2y}{dx^2} = y^2 \csc x$

.....

.....

.....

السؤال الخامس : (قاعدة السلسلة)

أ) إذا كان ميل المماس لمنحنى f عند النقطة (1 , 1-) يساوي 4 ،

أوجد ميل المنحنى $y = (x + 2f(x) - 2)^3$ عند x = -1

.....

.....

.....

ب) أوجد كل من النهايات التالية (إن أمكن)

$1 - \lim_{h \to 0} \frac{cos^2(4x+4h) - cos^2 4x}{h}$ $2 - \lim_{x \to \pi} \frac{tan^3 x}{x - \pi}$

.....

.....

.....

ج) أوجد معادلة المماس لكل مما يلي عند النقاط الموضحة :-

$1 - x + \sqrt{xy} = 6 \quad , \quad (4, 1)$

.....

.....

2. $x = \cos t$, $y = t + \sin t$, $t = \frac{-\pi}{4}$

.....

.....

د) إذا علمت أن $f'(2) = 8$ ، و كانت $y = f(\sqrt{x})$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ عند x = 4

.....

.....

ه) إذا كان $x = \tan y$ ، أثبت أن $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$

.....

.....

.....

و) إذا كان $y = f(x^2 + x)$ وكان $f'(2) = -1$ ، أوجد $\frac{dy}{dx}$ عندما x = 1

.....

.....

ز) إذا كان $g'(1) = 2$ ، $g(1) = 0$ ، $f(x) = sinx$ أوجد $(f \circ g)'(1)$

.....

.....

السؤال السادس :- (تطبيقات فيزيائية) :

أ) قذفت كرة رأسيا إلى أعلى فكان الارتفاع يعطى بالعلاقة $s = 64t - 16\,t^2$ m
أوجد أقصى ارتفاع تصله الكرة وحدد متى تكون الكرة متسارعة و متى تكون متباطئة

.....

.....

.....

ب) سقط جسم فقطع مسافة s ، وكانت سرعته $v = k\sqrt{s}$ ، حيث k ثابت ،
بين أن الجسم يسير بعجلة ثابتة طوال فترة الحركة

.....

.....

.....

ج) الشكل المجاور تمثيل بياني لموقع جسيم و سرعته و عجلته في اللحظة t حدد الرسم الذي يمثل كل دالة من الدوال السابقة