الصف : الثاني عشر العلمي الفصل الثاني 2009/2008م مدرس المادة : سرحان الجراح

اسم الطالب : المادة : الرياضيات

- **الفرق بين مربعين**

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

مثلاً

1) $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$

2) $x - 5 = (\sqrt{x} - \sqrt{5})(\sqrt{x} + \sqrt{5})$

3) $(x + 2)^2 - 64 = (x + 2 - 8)(x + 2 + 8) = (x - 6)(x + 10)$

4) $x^4 - y^4 = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2)$

- لتحليل المعادلة التربيعية ذات ثلاث حدود نلجأ إلى الآلة الحاسبة وينصح باستخدام الآلة (Casio 991 ES) فهي رائعة جداً .

- **الفرق (الجمع) بين مكعبين**

$$x^3 \pm y^3 = (x \pm y)(x^2 \mp xy + y^2)$$

مثلا

1) $x^3 - 8 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

2) $x^3 + 125 = (x + 5)(x^2 - 5x + 25)$

3) $x - 8 = (\sqrt[3]{x} - 2)(\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4)$

- تذكر القسمة التركيبية (أو القسمة المطولة). وتوحيد المقامات للكسور.

• تذكر عزيزي الطالب

$$1)\ \sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}} \quad , \quad \sqrt[3]{x^6} = x^2 \quad , \quad 2)\ x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

$$2)\ (\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3) = x - 9$$

$$3)\ -1 \le Sinx \le 1 \quad , \quad -1 \le Cosx \le 1$$

• متطابقات مثلثية

$Sin(-x) = -Sinx$	$Cos(-x) = Cosx$
$Sin(\pi - x) = Sinx$	$Cos(\pi - x) = -Cosx$
$Tan(\pi - x) = -Tanx$	$\sin(x \mp y) = sinx.cosy \mp cosx.siny$
$sin^2x + cos^2x = 1$	$\cos(x \mp y) = cosx.cosy \pm sinx.siny$
$sin^2x = 1 - cos^2x$	$\cos^2x = 1 - sin^2x$
$\cos^2x - sin^2x = cos2x$	$sin2x = 2sinx\,.cosx$
$\sin^2x = \frac{1}{2}(1 - cos2x)$	$\cos^2x = \frac{1}{2}(1 + cos2x)$
$1 + \tan^2x = sec^2x$	$1 + \cot^2x = csc^2x$
$Tan(x \mp y) = \frac{tanx \mp tany}{1 \pm tanx.tany}$	$Tanx = \frac{Sinx}{Cosx}$
$Cotx = \frac{Cosx}{Sinx}$	$Secx = \frac{1}{Cosx}$
$Cscx = \frac{1}{Sinx}$	$1 - Cos2x = 2Sin^2x$

وهناك العديد من المتطابقات ولكن هذه أهمها

تذكر أن :

$$1)\ \sqrt{x^2} = |x| \quad , \sqrt{(x-2)^2} = |x-2| \quad , (\sqrt{x})^2 = x \quad , \sqrt{x^2} \neq x$$

$$2)\quad |x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x, & x \ge 0 \end{cases}$$

$$3)\ |x| = a \ \leftrightarrow x = a \ \ or \ \ x = -a$$

$$4)\ e^{Ln(f(x))} = f(x) \quad , \quad Ln\left(e^{f(x)}\right) = f(x)$$

- لحل أي معادلة تربيعية والتي على الصورة العامة (*أو على الآلة الحاسبة*)

$$y = ax^2 + bx + c \quad , \ a \neq 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- ***تذكر قواعد الأسس***

- ***الأسس في حالة الضرب تجمع.*** $(x^m \times x^n = x^{m+n})$

- ***الأسس في حالة القسمة تطرح.*** $\left(\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n} \right)$

- ***الأسس في حالة الرفع تضرب.*** $(x^m)^n = x^{m.n})$

- ***أي عدد أس صفر = 1 .*** $(x^0 = 1)$

- $\frac{0}{\text{عدد}} = 0$, $\frac{\text{عدد}}{0}$ = غير معرف

- **المسافة = السرعة × الزمن .**

- **هل تعلم أن مرافق $\sqrt{x} - 5$ هو $\sqrt{x} + 5$ وحاصل ضربهما هو $x - 25$.**

- **هل تعلم أن مرافق $\sqrt[3]{x} - 5$ هو$(\sqrt[3]{x^2} + 5\sqrt[3]{x} + 25)$ وحاصل ضربهما هو $x - 125$.**

- **هل تعلم أن $(\sqrt[3]{x} - 5)(\sqrt[3]{x^2} + 5\sqrt[3]{x} + 25) = x - 125$.**

- ***تذكر قواعد اللوغاريتم***

1) $Ln\,(a \times b) = Ln\,a + Ln\,b$

2) $Ln\,(a \div b) = Ln\,a - Ln\,b$

3) $Ln\,(a^n) = n\,Ln\,a$, $Ln\,(e^n) = n$, $Ln\,1 = 0$, $Lne = 1$

معلومات عامة على الاشتقاق

- **التفسير الفيزيائي**

الرموز المسافة : S(t) ، السرعة المتجهة : V(t) ، السرعة : $|V(t)|$

العجلة : a(t) ، الهزة : j(t) (جميعهم يشتق ضمنيا بالنسبة لـ t)

$$V(t) = S'(t) = \frac{dS}{dt}$$

$$a(t) = V'(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2}$$

$$J(t) = a'(t) = \frac{da}{dt} = \frac{d^3S}{dt^3}$$

- المثلثية الدوال مشتقة

الدالة	مشتقة الدالة
$Sinx$	$Cosx$
$Cosx$	$-Sinx$
$Tanx$	Sec^2x
$Cotx$	$-Csc^2x$
$Secx$	$Secx\,.Tanx$
$Cscx$	$-Cscx.Cotx$

التكامل

قواعد التكامل

الدالة	التكامل
a	$ax + c$
$x^n \ , n \neq -1$	$\frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$
$Sin\ kx$	$\frac{-1}{k} . Coskx + c$
$Cos\ kx$	$\frac{1}{k} . Sinkx + c$
$Sec^2 kx$	$\frac{1}{k} . Tankx + c$
$Csc^2 kx$	$\frac{-1}{k} . Cotkx + c$
$Seckx\ .Tankx$	$\frac{1}{k} . Seckx + c$
$Csckx\ .Cotkx$	$\frac{-1}{k} . Csckx + c$
$Tankx$	$\frac{1}{k} . Ln\|Seckx\| + c$
$Cotkx$	$\frac{1}{k} . Ln\|Sinkx\| + c$

- **تعريف مجموع ريمان (صــفحة 22 في كتاب الطالب)**

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\|p\|\to 0} \sum_{k=1}^{n} f(c_k)\Delta x_k$$

- $F(x)$ تسمى مشتقة عكسية ل $f(x)$

$$\int f(x)\ .dx = F(x) + c$$

$$F'(x) = f(x)$$

$$\int_a^b f(x)\,.dx = F(b) - F(a)$$

- **الدالة اللوغارتمية**

1) $y = Ln\left(f(x)\right)$, $y' = \dfrac{f'(x)}{f(x)}$

2) $\int \dfrac{k}{ax+b}.dx = \dfrac{k}{a}.Ln\,|ax+b| + c$

3) $\int \dfrac{f'(x)}{f(x)}.dx = Ln\,|f(x)| + c$

- **الدالة الأسية**

1) $y = e^{f(x)}$, $y' = f'(x).e^{f(x)}$

دالة خطية فقط

2) $\int e^{ax+b}.dx = \dfrac{1}{a}.e^{ax+b} + c$

3) $\int f'(x).e^{f(x)}.dx = e^{f(x)} + c$

• التكامل بالتعويض

الحالة الأولى :

$$\int (\text{مقدار}) \times (\text{غير خطية})^{n} . dx$$

خطوات الحل :

1) نفرض أن غير خطية (صاحبة القوة) = u . بدون الأس .
2) نشتق الفرضية ثم نجد منها dx .
3) نعود الى التكامل ونعوض بالفرضية و بـ dx.
4) توجد علاقة بين المقدار ومشتقة صاحبة الأس .

الحالة الثانية :

$$\int (\text{مقدار}) \times Sin(\text{غير خطية}) . dx$$

ما ينطبق على Sin ينطبق على النسب المثلثية .

الحالة الثالثة :

$$\int (ax + b)^{n} . dx = \frac{1}{(n+1)\times a} . (ax + b)^{n+1} + c$$

$$* \quad \int \text{مقدار} \times e^{(\text{غير خطي})} . dx$$

نكامل على التعويض مع الفرض أن الأس = u

- **التكامل بالأجزاء** $\left(\int u.dv = u.v - \int v.du \right)$
- **الحالة الأولى :**

$$\int (\text{مقدار}) \times (\text{خطية})^{n}.dx$$

الحالة الثانية :

$$\int (\text{مقدار}) \times Sin(\text{خطية}).dx$$

$$\int \text{مقدار} \times e^{(\text{خطي})}.dx$$

- نكامل على الأجزاء مع الفرض أن الدالة الأسية $= dv$, المقدار $= u$

- **التكامل بالكسور الجزئية**

درجة البسط أكبر من أو تساوي درجة المقام.

- **خصائص التكامل**

1 -يجوز توزيع التكامل في الجمع والطرح فقط .

2 -لا يجوز توزيع التكامل بالضرب والقسمة .

$$1)\ \int_a^b (f(x) \pm g(x))\,dx = \int_a^b f(x)\,dx \pm \int_a^b g(x)\,dx$$

$$2)\ \int_a^b k.dx = k \times (b-a) \quad , \quad 3)\ \int_a^a f(x)\,dx = 0 \quad , \quad 4)\ \int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx$$

$$5)\ \int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$$

- **ملاحظات حول التفسير الفيزيائي**

$$1)\ \int f'(x).dx = f(x) \quad , \int f''(x).dx = f'(x) + c$$

$$2)\ \int V(t).dt = s(t) + c \quad , \int a(t).dt = v(t) + c$$

• المساحة : A

$$A = \left|\int_a^b f(x)\,dx\right|$$

- $\frac{d}{dx}\int_a^b f(x)\,dx = 0$, $\frac{d}{dx}\int f(x)\,dx = f(x)$

- **النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل الجزء (1)**

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt = f(x) = \frac{dF}{dx}$$

- **بشكل عام**

$$\frac{d}{dx}\left(\int_{h(x)}^{g(x)} f(t)\,dt\right) = f\big(g(x)\big) \times g'(x) - f(h(x)) \times h'(x)$$

- **النظرية الأساسية الجزء (2)**

إذا كانت f متصلة عند كل نقطة من الفترة $[a\ ,\ b]$ ، وإذا كانت F هي أي مشتقة عكسية للدالة f على $[a\ ,\ b]$ عندئذ

$$\int_a^b f(x)\ dx = F(b) - F(a)$$

- **نظرية القيمة المتوسطة في التكامل المحدد**

إذا كانت f متصلة على الفترة $[a,b]$ فهناك عدد مثل c في الفترة المغلقة $[a,b]$ بحيث

$$av(f) = f(c) = \frac{1}{b-a} \times \int_a^b f(x)\,.\,dx$$

- **تعريف المساحة بين دالتين**

إذا كانت كل من f , g متصلتين حيث $f(x) \geq g(x)$ على الفترة $[a\ ,b]$ ، فإن المساحة بين المنحنين $y_1 = g(x)$, $y_2 = f(x)$ من a إلى b هي

- **تعريف الحجم**

- **تعريف : طول قوس (طول منحنى ممهد) .**

إذا بدأ منحنى ممهد عند النقطة (a , c) وانتهى عند النقطة (b , d) حيث a < b فإن طول قوس المنحنى هو :

إذا كانت y دالة ممهدة في x على [a , b] $L = \int_a^b \sqrt{1 + (\frac{dy}{dx})^2}\,dx$

انتهى مع تمنياتي للجميع بالتوفيق