مدرسة الثميد للتعليم الثانوي بنين

وحـــــدة الجبـــــــــــــــر

العاشـــــــــــــــر

إعداد : أ . محمود عطا الله

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

القانون العام لحل المعادلات من الدرجة الثانية في متغير واحـــــــد

حل المعادلة :

$$ax^2+bx+c=0 \quad , \quad a\neq 0$$

هـــــو

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

حيـــث

a معامـــل x^2

b معامـــل x

c الحـــد الثابت

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مثال

حل المعادلة التالية باستخدام القانون العام :

$$x^2 + 10x + 16 = 0$$

$$a = 1 \quad , \quad b = 10 \quad , \quad c = 16$$

اكتب القانون $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{(10)^2 - 4(1)(16)}}{2(1)} = \frac{-10 \pm 6}{2}$$

$$x = \frac{-10+6}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

أو

$$x = \frac{-10-6}{2} = \frac{-16}{2} = -8$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مثال

حل المعادلة التالية باستخدام القانون العام

$$2x^2 + 4x = 7$$

ضع المعادلة على الصورة العامة

$$2x^2 + 4x - 7 = 0$$

$$a = 2 \quad , \quad b = 4 \quad , \quad c = -7$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{(4)^2 - 4(2)(-7)}}{2(2)} = \frac{-4 \pm \sqrt{72}}{4}$$

$$x \approx -3.12 \quad \text{أو} \quad x \approx 1.12$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تمرين

يقدر النمو السكاني في إحدى الدول بعد عام 2000 بحسب العلاقة التالية :

$$p = 2t^2 - 3t + 50$$

حيث (P) عدد السكان بالمليون ، t عدد السنوات بعد عام 2000

المطلوب:

أ)بعد كم سنة يصبح عدد السكان 100 مليون ؟

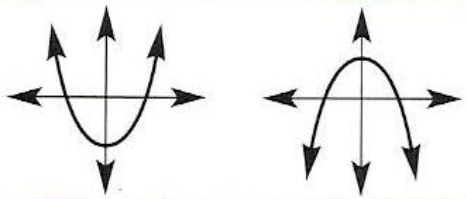
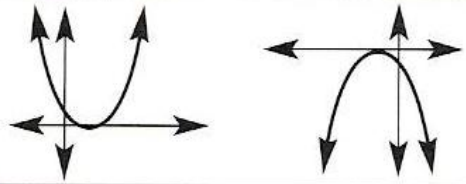
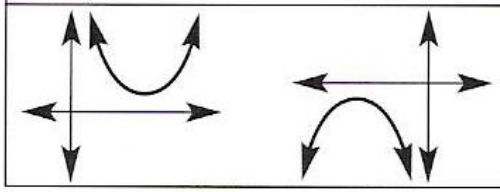
ب) هل من الممكن أن يصل عدد السكان إلى 105 مليون ؟ اذكر السبب

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تحديـــــــــــــــد نوع الجذرين

يتم تحـــــــديد نـــــوع الـجـــذرين من خلال المميز(Δ)

المميز $\Delta = b^2 - 4ac$

المميز	نوع جذري المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$	أمثلة توضيحية
$b^2 - 4ac > 0$ (عددٌ موجبٌ)	الجذرانِ حقيقيانِ	
$b^2 - 4ac = 0$	الجذرانِ حقيقيانِ متساويان	
$b^2 - 4ac < 0$ (عددٌ سالبٌ)	جذران تخيليان (غير حقيقيين)	

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

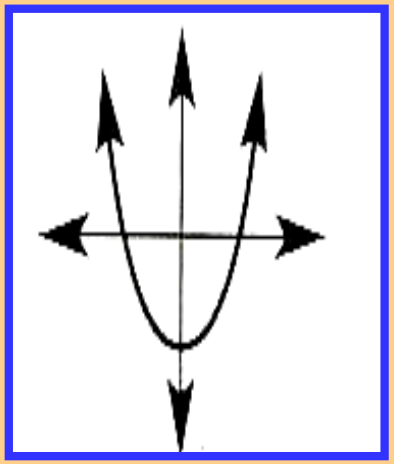
مثال

اختر المميز المناسب لكل شكل فيما يلي :

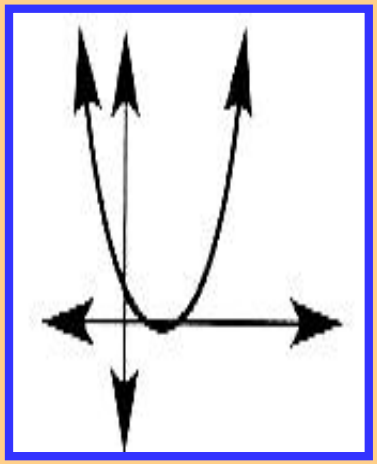
$b^2 - 4ac < 0$ .....

$b^2 - 4ac > 0$ .....

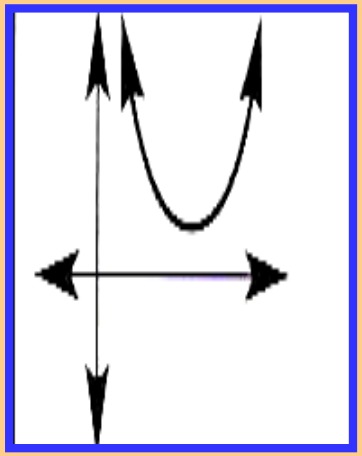
$b^2 - 4ac = 0$ .....



شكل 1



شكل 2



شكل 3

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مثال

$$4x^2 + 4x + 1 = 0$$

أوجد نوع جذرين المعادلـــة

$$a = 4 \quad , \quad b = 4 \quad , \quad c = 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4(4)(1) = 0$$

وحيث أن المميز يساوي 0 , الجذران حقيقيان و متساويان .

وللتحقق من ذلك يجد الطالب الجذرين (باستخدام القانون العام)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مثال

أوجد نوع جذرين المعادلـــة

$$2x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$a = 2 \quad , \quad b = 2 \quad , \quad c = -3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4(2)(-3) = 28$$

وحيث أن المميز موجب , الجذران حقيقيان و مختلفان .

وللتحقق من ذلك يجد الطالب الجذرين (باستخدام القانون العام)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تمرين

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

أوجد نوع جذرين المعادلـــة

$$a = 1 \quad , \quad b = -4 \quad , \quad c = 6$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(1)(6) = -8$$

وحيث أن المميز سالي , الجذران تخيليان (غير حقيقيان) .

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مثال

أوجـــــد قيمة b التي تجعل جذري المعادلة التالية $4x^2 + bx + 1 = 0$ حقيقيان متساويان .

حيث أن الجذرين حقيقيان و متساويان فإن المميز يساوي صفـــراً

$$\Rightarrow \quad b^2 - 4ac = 0$$

$$b^2 - 4(4)(-1) = 0$$

$$b^2 = 16$$

$$b = \pm\sqrt{16} = \pm 4$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تمرين

أوجـــــد قيمة c التي تجعل جذري المعادلة التالية $3x^2 - 8x + c = 0$ متساويين .

حيث أن الجذرين حقيقيان و متساويان فإن المميز يساوي صفـــراً

$$\Rightarrow \quad b^2 - 4ac = 0$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مجموع وحاصل ضرب جذري المعادلة

إذا كان جذرا المعادلة $ax^2+bx+c=0$ هما n , m فإن :

مجموع الجذرين

$$m+n=\frac{-b}{a}$$

حاصل ضرب الجذرين

$$m\ n=\frac{c}{a}$$

وأيضاً

$$m^2+n^2=(m+n)^2-2mn$$

$$\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{m+n}{mn}=\frac{-b}{c}$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مثال

بدون حل المعادلة $4x^2 = 8x - 3$ أوجـــــد ما يلي :

ضع المعادلة على الصورة العامة

$$4x^2 - 8x + 3 = 0$$

$a = 4 \quad , \quad b = -8 \quad , \quad c = 3$

1) $m + n = \frac{-b}{a} = \frac{8}{4} = 2$

2) $mn = \frac{c}{a} = \frac{3}{4}$

3) $m^2 + n^2 = (m+n)^2 - 2mn = (2)^2 - 2(\frac{3}{4}) = \frac{5}{2}$

4) $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{m+n}{mn} = \frac{-b}{c} = \frac{8}{3}$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تمرين

بدون حل المعادلة $3x^2+2x-3=0$

أوجـــــد ما يلي :

$a=$, $b=$, $c=$

1) $m+n=$

2) $mn=$

3) $m^2+n^2=$

4) $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مثال

إذا كان مجموع جذري المعادلة $2x^2+bx-5=0$ يســـــــاوي 1 فأوجـــــــــد قيمة b

مجموع جذري المعادلة

$$m+n = \frac{-b}{a}$$

$$1 = \frac{-b}{2}$$

$$b=-2$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تمرين

أوجد قيمة b التي تجعل مجموع جذري المعادلة التالية يساوي $\frac{5}{3}$

$$bx^2 - 5x + 3 = 0$$

مجموع جذري المعادلة

$$m + n = \frac{-b}{a}$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ايجاد المعادلة إذا علم جذراهـــــــــا

لتكن المعادلـــــــــــة هـــي : $ax^2+bx+c=0 \quad , \quad a \neq 0$

وليكـــــــــــن جذراهـــا $m \quad , \quad n$

فإن المعادلة على الصورة

$$x^2-(m+n)x+mn=0$$

مثال

أوجـــــــــــد المعادلة التي جذراهـــــا $3 \quad , \quad 5$

$$x^2-(m+n)x+mn=0$$

$$x^2-(5+3)x+(5\times 3)=0$$

$$x^2-8x+15=0$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مثال

أوجـــــــــــــــد المعادلة التي جذراهـــــــا $3 \ , \ \frac{2}{3}$

$$x^2-(m+n)x+mn=0$$

$$x^2-(3+\frac{2}{3})x+(3\times\frac{2}{3})=0$$

$$x^2-\frac{11}{3}x+2=0$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تمرين

أوجـــــــــــــــد المعادلة التي جذراهـــــــا $-\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$

$$x^2-(m+n)x+mn=0$$

$$x^2-(2\sqrt{3}+-\sqrt{3})x+(2\sqrt{3}\times-\sqrt{3})=0$$

$$x^2-\sqrt{3}x-6=0$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تمرين

5- أوجـــــــــــــــد المعادلة التي مجموع الجذرين 6 وحاصل ضربهما

$$x^2-(m+n)x+mn=0$$

$$x^2-(-5)x+(6)=0$$

$$x^2+5x+6=0$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تمرين

* الشكل المجاور يمثل معادلة من الدرجة الثانية والمطلوب :

1) نوع اشارة معامل x^2 .....

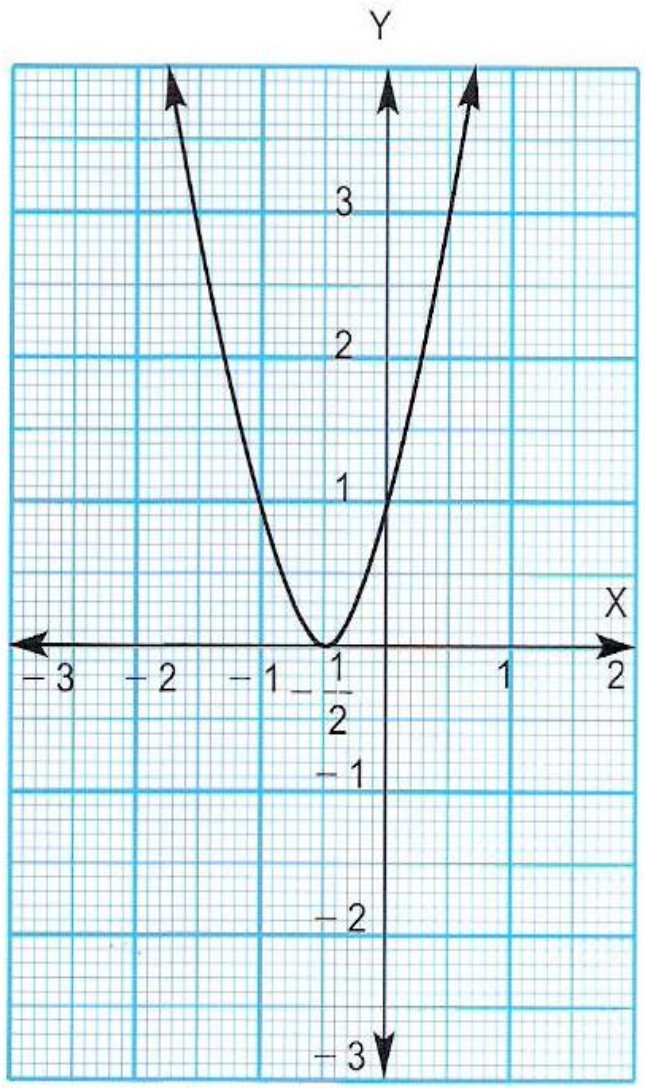
2) جذرا المعادلة متساويان وكل منهما =.....

3) مجموع الجذرين = ...

4) حاصل ضربهما = ...

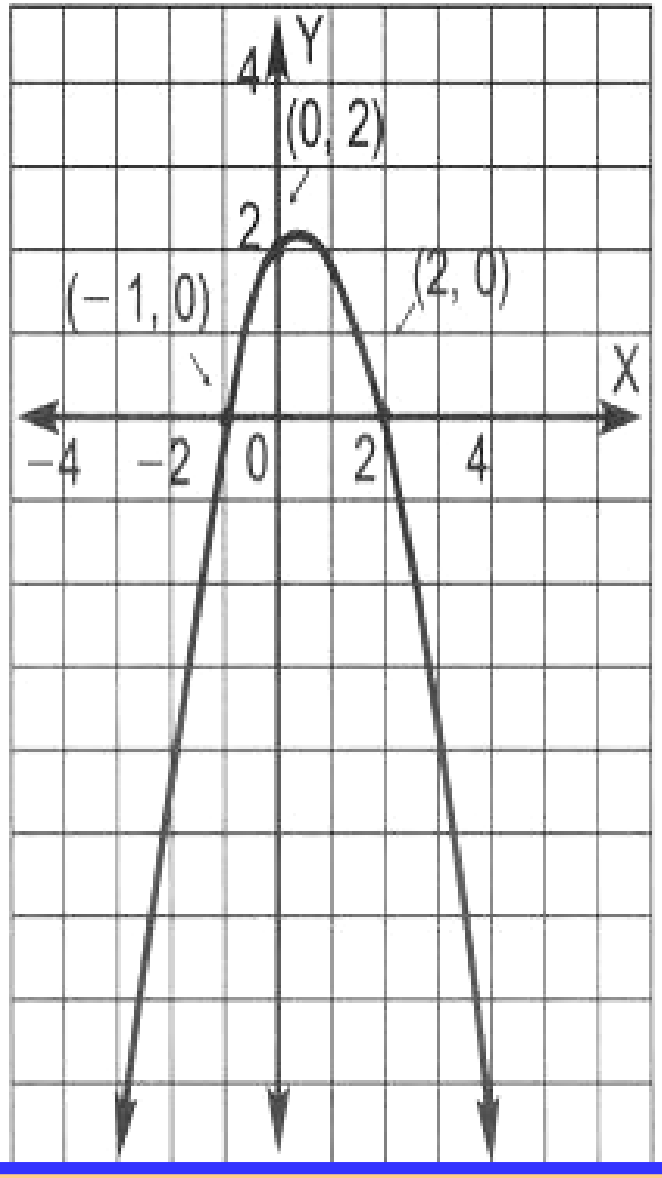
5) أكتب المعادلة التي تمثل هذا المنحنى :

.....



PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تمرين



* الشكل المجاور يمثل معادلة من الدرجة الثانية والمطلوب :

1) نوع اشارة معامل x^2 .....

2) جذرا المعادلة هما ..... ، .....

3) مجموع الجذرين = ...

4) حاصل ضربهما = ...

5) أكتب المعادلة التي تمثل هذا المنحنى :

.....

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

السلام عليكم ورحمة الله وبركاته

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com