ملاحظة : يسمي ميل المنحنى عند النقطة x= a بمشتقة الدالة عند تلك النقطة و يرمز له بالرمز $f'(a)$

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

تعريف آخر للدالة عند نقطة (التعريف البديل)

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

تمارين :- أولا

اوجد مشتقة (تفاضل) الدوال التالية عند القيم المرافقة

(1) $f(x)=4x+1$; x= 1

.....

.....

.....

.....

(2) **$f(x)=x^2-3x$; x= -1**

.....

.....

.....

.....

(3) **$f(x)=\frac{1}{x}$; x= 2**

.....

.....

.....

.....

(4) **$f(x)=\sqrt{x}$; x = 4**

.....

.....

.....

.....

(5) **$f(x)=[x]$; x= $\frac{1}{2}$**

.....

.....

(6) **$f(x)=\sin x$; x= 0**

.....

.....

.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

المشتقات من جهة واحدة :

تكون الدالة $y = f(x)$ قابلة للاشتقاق عند النقطة a إذا كانت المشتقة على يمين a $f(a^+)$ والمشتقة على يسار النقطة a $f(a^-)$ متساويتان أي $f(a^+) = f(a^-)$

$$f(a^+) = \lim_{x \to 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

$$f(a^-) = \lim_{x \to 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

في التمارين (6،7) أوجد المشتقات اليمني و اليسرى عند القيم المرافقة

(1) $y = = \begin{cases} x^2 - x + 2 & ; x > 1 \\ & ; x = 1 \\ 5x - 3 & ; x \leq 1 \end{cases}$

.....
.....
.....
.....

(2) $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & ; x > 0 \\ & ; x = 0 \\ -x^2 + 2x + 1 & ; x \leq 0 \end{cases}$

.....
.....
.....
.....

ثانياً استخدم الرسم البياني لإيجاد النهايات التالية أن أمكن

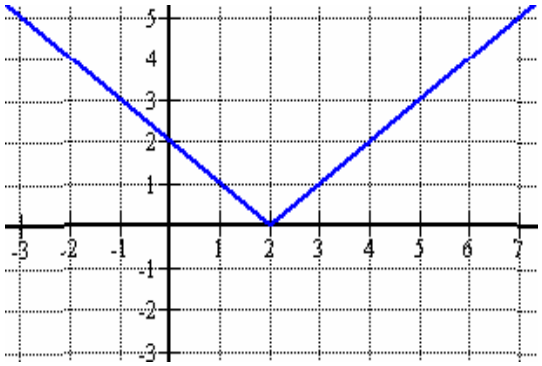
(a) $\lim_{x \to 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$

(b) $\lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$

(c) $\lim_{x \to 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$

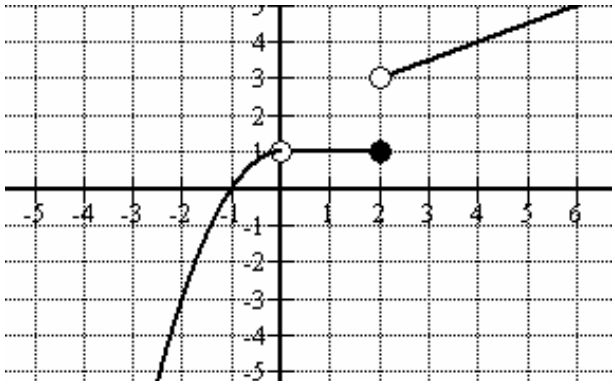
(d) $\lim_{x \to 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$

(e) $\lim_{x \to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$



Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

ثالثا : اعتماداً على الرسم البياني التالي أوجد أن أمكن



(a) f(2) .....

(b) f(0) .....

(c) $\lim_{x\to 0} f(x)$ .....

(d) $\lim_{x\to 2} f(x)$ .....

(e) $\lim_{x\to 3} \frac{f(x)-f(3)}{x-3}$

(f) $\lim_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$

(g) $f'(4)$.....

(h) $f'(0)$.....

(i) $f'(2^+)$.....

(j) $f'(2^-)$.....

(k) $f'(2)$ .....

الدالة المشتقة :-

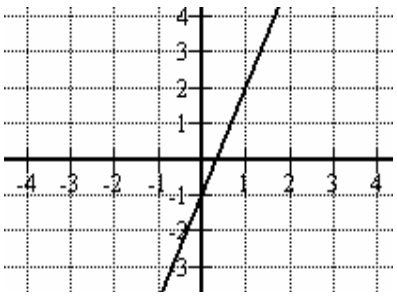
مشتقة الدالة f بالنسبة إلي المتغير x هي الدالة f' التي قيمتها عند x هي

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

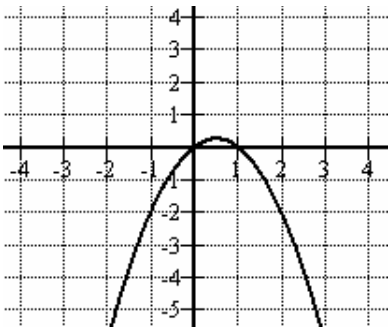
بشرط وجود النهاية .

أوجد الدالة المشتقة في كل مما يلي مع التوضيح بالرسم

(1) $f(x) = 3x - 1$

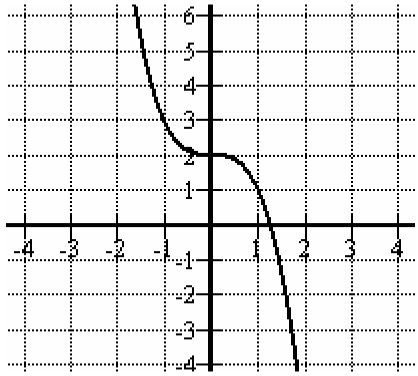


(2) $f(x) = -x^2 + x$

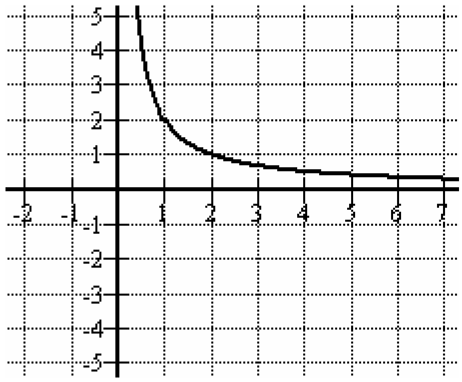


Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

(3) $f(x) = -x^3 + 2$



(4) $f(x) = \frac{2}{x}$; $x > 0$



= =

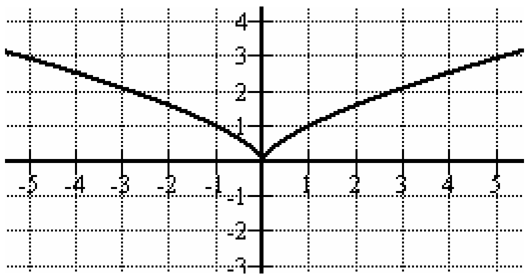
<u>العلاقة بين الاتصال و الاشتقاق</u>

(1) إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند نقطة $x = a$ فأنها تكون متصلة عند النقطة a

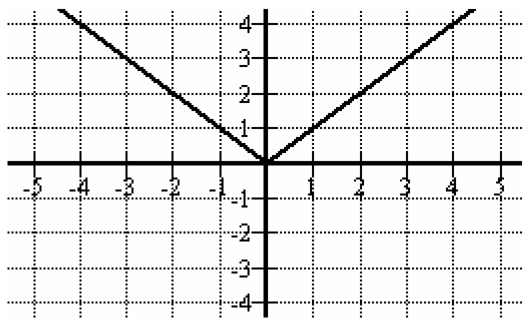
(2) إذا كانت الدالة f غير متصلة عند $x = b$ فأن الدالة تكون غير قابلة للاشتقاق عند النقطة $x = b$.

(3) إذا كانت الدالة f متصلة عند النقطة $x = c$ فأنه توجد حالتان :الأولي الدالة تكون غير قابلة للاشتقاق عند النقطة $x = c$ و الثانية الدالة قابلة للاشتقاق عند $x = c$

فيما يلي أمثلة لدوال متصلة عند نقطة و غير قابلة للاشتقاق عند نفس النقطة .



$f_1(x) = x^{2/3}$

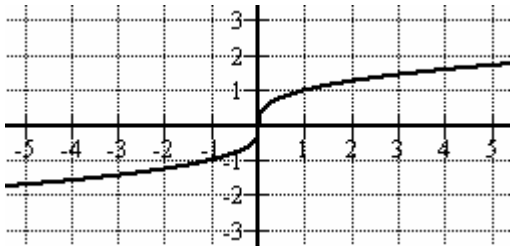


$f_2(x) = |x|$

الدالتان $f_1(x)$, $f_2(x)$ متصلتان عند $x = 0$ وغير قابلتان للاشتقاق عند $x = 0$

يسمي الشكل الأول.................. و يسمي الشكل الثاني....................

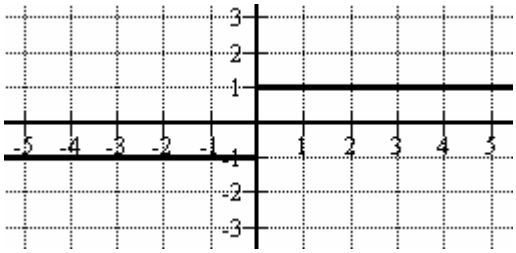
Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)



ش(3)

ش(3) دالة متصلة عند x=0 وغير قابلة للاشتقاق عندx=0

يوجد مماساً رأسياً عند x = 0



ش(4)

دالة غير متصلة عند x= 0 وغير قابلة للاشتقاق عندx=0

أولا ☹ (1) أوجد : a , c إذا علم أن الدالة التالية قابلة للاشتقاق

$$f(x)=\begin{cases} a\,x^2+3 & ;\ x\geq 2 \\ c\,x-5 & ;\ x<2 \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

(2) أوجد a ,b إذا علم أن الدالة التالية قابلة للاشتقاق عند x =1

$$f(x)=\begin{cases} x^2+1 & ;\ x\leq 1 \\ a\,x+b & ;\ x>1 \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

(3) أوجد: a, b إذا علم أن الدالة قابلة للاشتقاق عند x = a

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2 & ;\ x\geq a \\ b\,x+1 & ;\ x<a \end{cases}$$

.....

.....

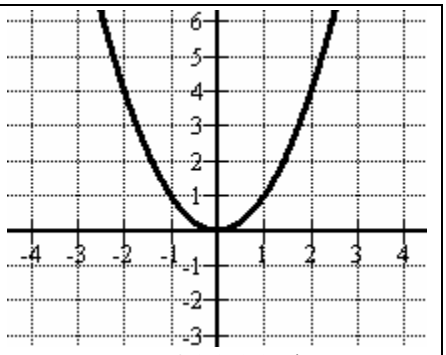
.....

.....

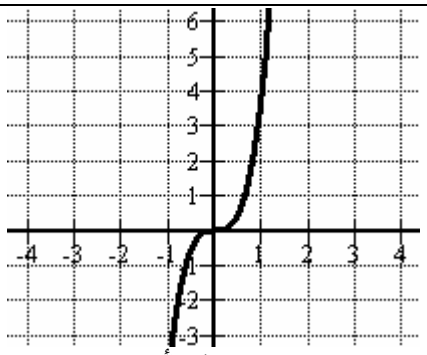
.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

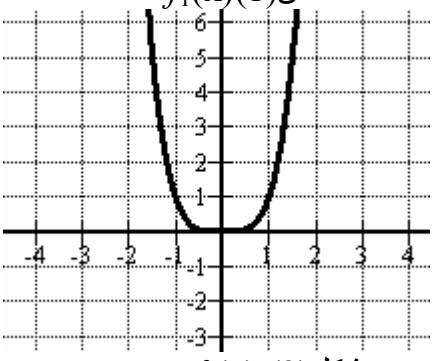
تمرين : فيما يلي الرسم البياني لمجموعة دوال ومشتقاتها – صل كل رسم بياني للدالة بالرسم البياني لمشنقتها



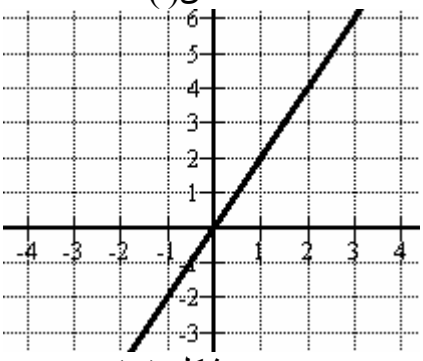
ش(1) $f_1(x)$



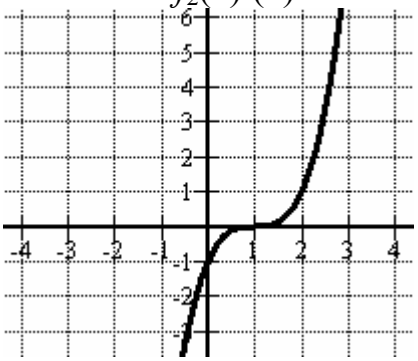
ش(أ)



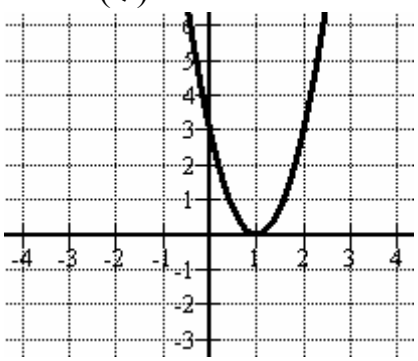
شكل(2) $f_2(x)$



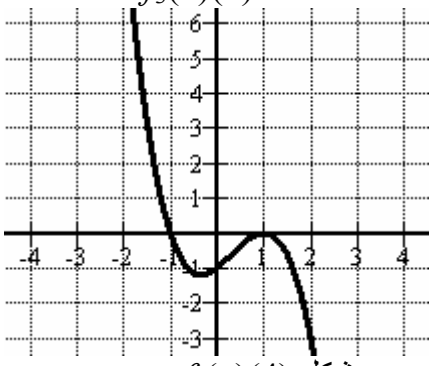
شكل (ب)



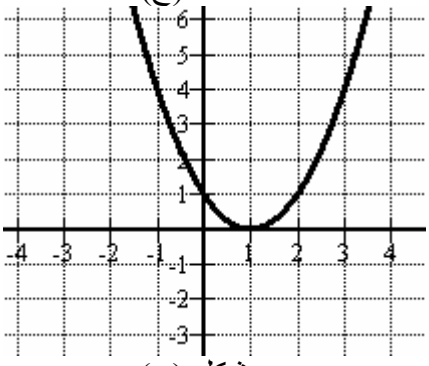
شكل (3) $f_3(x)$



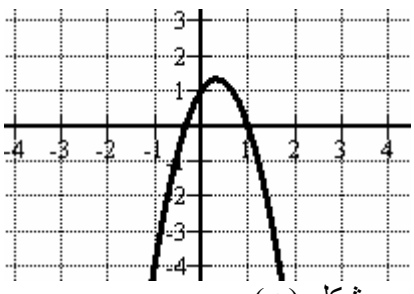
شكل (ج)



شكل (4) $f_4(x)$



شكل (د)



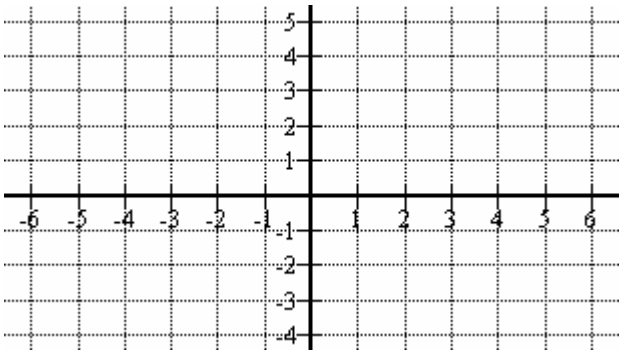
شكل (هـ)

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

أولا رسم الدالة من مشتقتها (f من f')

(1) ارسم بيانياً الدالة المتصلة f إذا علم أن $f(2)=0$ ،

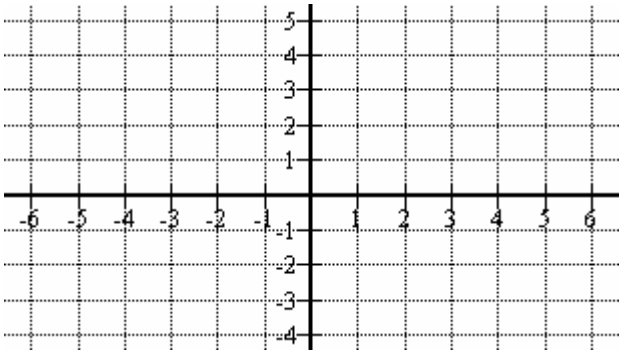
$$f'(x)\begin{cases}1 & ; x > 2\\ -1 & ; x < 2\end{cases}$$



== ======= ========== ========== ==== == ========== ========== ==

(2) ارسم بيانياً الدالة المتصلة f إذا علم أن $f(0)=2$ ،

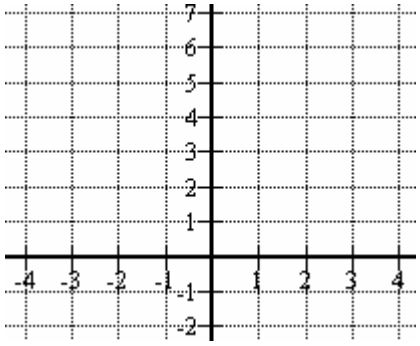
$$f'(x)\begin{cases}-2 & ; x > 1\\ 1 & ; x < 1\end{cases}$$



====== ==== ======= ======== ========= === == ========== ====

(3) ارسم بيانياً الدالة المتصلة f إذا علم أن $f(0)=-1$, $f(1)=0$, $f(-1)=0$ ،

$$f'(x) = 2x$$

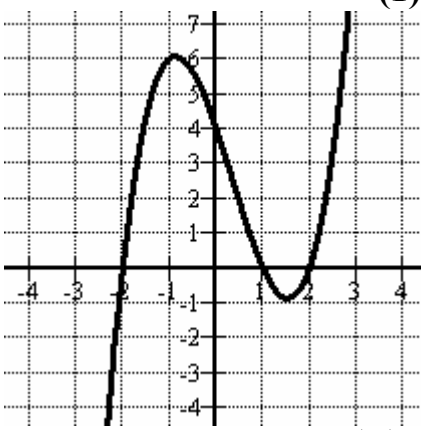


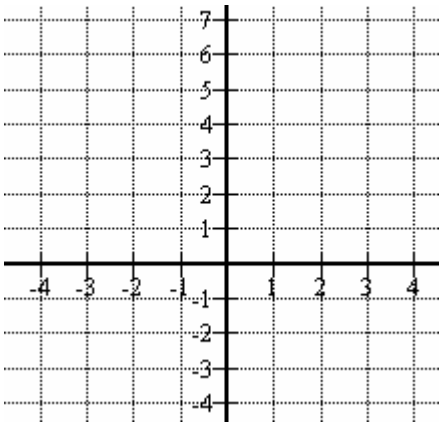
Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

ثانياً : رسم مشتقة الدالة من الرسم البياني للدالة (f' من f)

فيما يلي مجموعة دوال والمطلوب رسم الدالة المشتقة على الشكل المقابل لكل منها

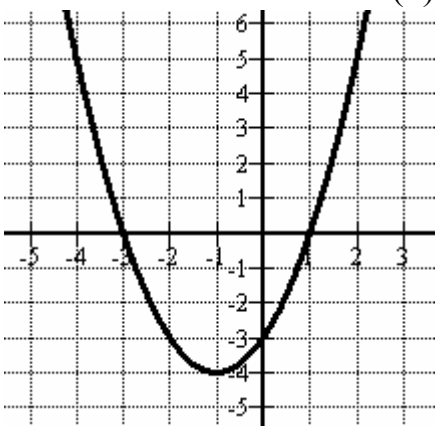
(1)

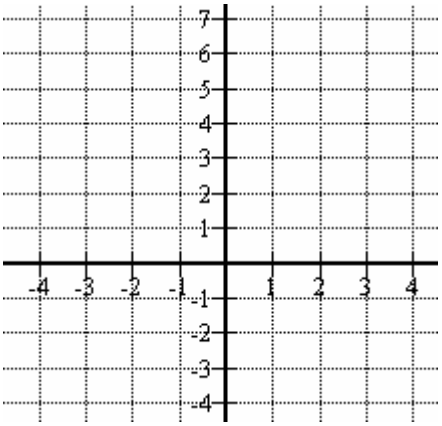




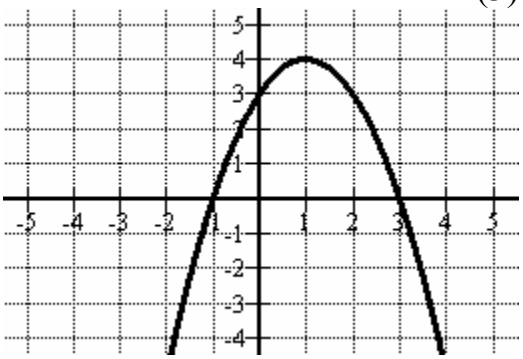
الدالة $y = f(x)$

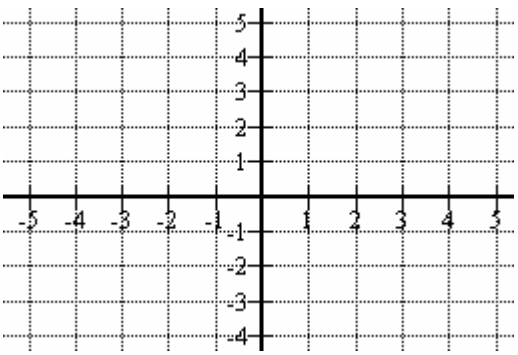
(2)



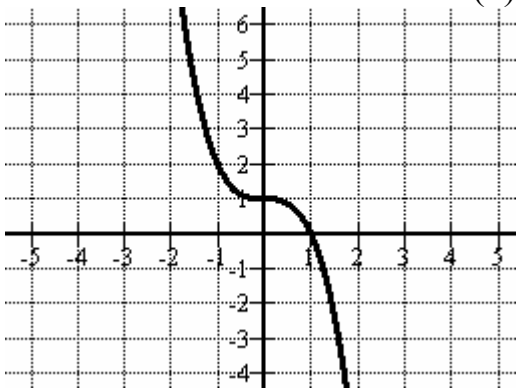


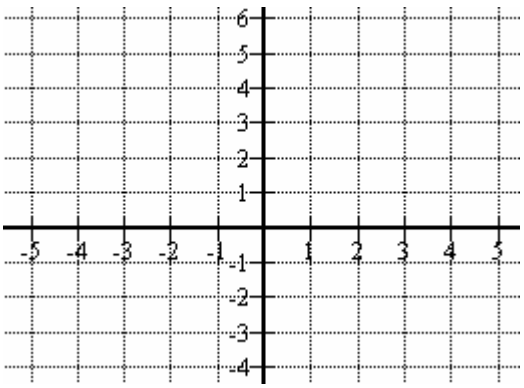
(3)





(4)

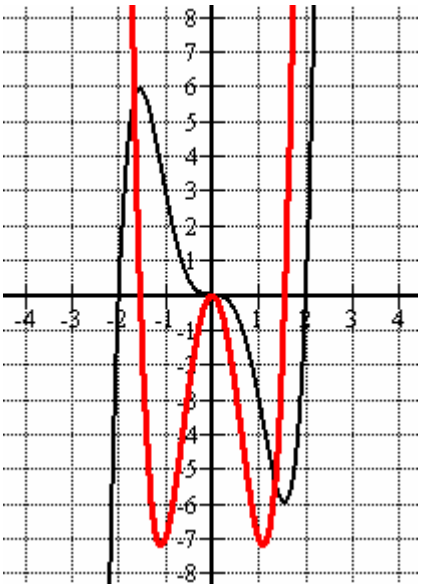


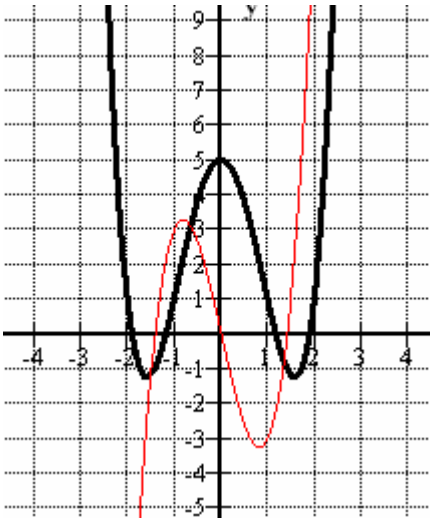


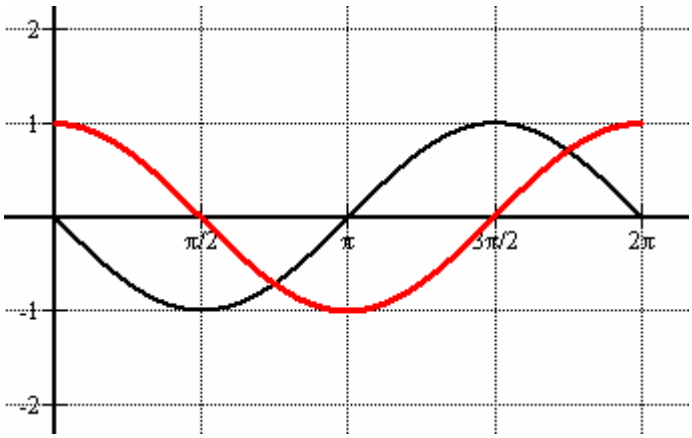
Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

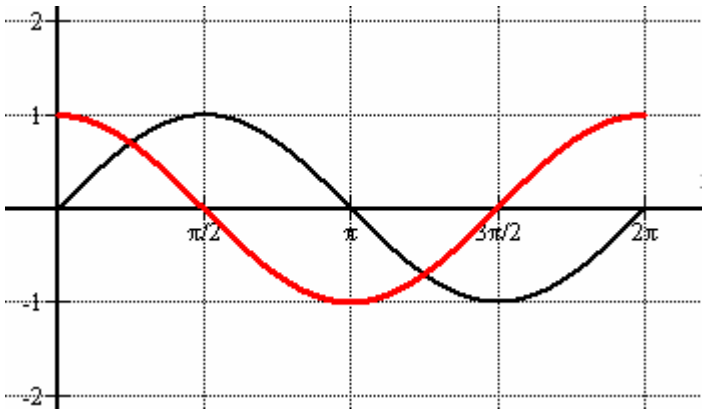
ثالثاً :-

الرسم البياني التالي للدالة $f(x)$ و مشتقتها $f'(x)$ والمطلوب على الرسم تعين الدالة وتعين المشتقة









Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

(2-3)قواعد الاشتقاق

$$y = x^n \Rightarrow y' = n \times x^{n-1}$$

أولا أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل دالة مما يأتي

(1) y = 4 $\therefore \frac{dy}{dx} =$

(2) y = π $\therefore \frac{dy}{dx} =$

(3) y = x $\therefore \frac{dy}{dx} =$

(4) y =4 x $\therefore \frac{dy}{dx} =$

(5) $y = x^2 + 3x$ $\therefore \frac{dy}{dx} =$

(6) $y = 3x^2 - 3x + 1$ $\therefore \frac{dy}{dx} =$

(7) $y = x^3 - 5x - 7$ $\therefore \frac{dy}{dx} =$

(8) $y = \frac{x4}{4} - 5x^2 + \pi^2$ $\therefore \frac{dy}{dx} =$

(9) $y = x^{-2} - 5x + \pi^2$ $\therefore \frac{dy}{dx} =$

(10) $y = x^{-3} - 5x^{-1} + e$ $\therefore \frac{dy}{dx} =$

(11) $y = x^{\frac{2}{3}} - 5x^{\frac{1}{2}} + 1$ $\therefore \frac{dy}{dx} =$.....

(12) $y = 3x^{-\frac{1}{3}} + 5x^{-\frac{1}{2}}$ $\therefore \frac{dy}{dx} =$.....

(13) $y = x^{\pi} - x^{\frac{2}{5}} - 2x^{\frac{-1}{2}}$ $\therefore \frac{dy}{dx} =$

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

مشتقة حاصل ضرب دالتين و حاصل قسمة دالتين :-

(a) $\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$; **(b)** $\frac{d}{dx}(\frac{u}{v}) = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$

(14) $y = (x^2 + 1)(3x - 5)$

.....

.....

(15) $y = (3x^2 - x)(x^3 + 2)$

.....

.....

(16) $y = \frac{x^2 + 1}{2x + 3}$

.....

.....

.....

(17) $y = (x^3 - x)(2 + x^2)^{-1}$

.....

.....

.....

(18) $y = \frac{x^3 + x^2 - x - 6}{x}$

.....

.....

.....

(19) $y = \frac{5}{x^2 + 3}$

.....

(20) $y = \frac{-2}{3x^2 + 1}$

.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

ثانياً :

(1) أوجد معادلة المماس و الخط العمودي للمنحني $y=x^2-5x+2$ عند $x= 2$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

(2) أوجد النقاط التي يكون عندها مماس أفقي للدالة $y = x^3-2x^2+x-2$ وأوجد معادلته .

.....
.....
.....
.....

(3) أوجد معادلة الخط العمودي على المنحني $y = \frac{1}{1+x}$ عند النقطة $(0 , 1)$

.....
.....
.....
.....

(4) أوجد النقاط الواقعة على المنحني $y= \frac{1}{3} x^3-x+1$ والتي يكون عندها الميل يساوي 3 . ما اصغر ميل للمنحنى ؟ عند أي قيمة لـ x يكون للمنحني هذا الميل .

.....
.....
.....
.....

(5) أوجد معادلة جميع المماسات للمنحني $y= 9 - x^2$ عند النقطة $(1 , 12)$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

(6) الدالتان **f(x) , g(x)** قابلتان للاشتقاق- و الدالتان **ومشتقاتهما لهم القيم التالية عند x = 1**

x	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
1	**2**	**-1**	**-3**	**2**

أحسب ما يلي :-

(a) $\lim_{x\to 1}[f(x)+2g(x)]$

.....

(b) $\lim_{x\to 1}\dfrac{g(x)+x}{f(x)}$

.....

.....

(c) $\lim_{x\to 1}\dfrac{(f+g)x-1}{x-1}$

.....

.....

.....

(d) $\dfrac{d}{dx}[2f(x)-\dfrac{g(x)}{3}]$

.....

.....

.....

(e) $\dfrac{d}{dx}(f\times g)x$ **; x = 1**

.....

.....

.....

(f) $\dfrac{d}{dx}(\dfrac{g}{f})x$; x =1

.....

.....

.....

(g) $\dfrac{d}{dx}(\dfrac{1}{g})x$; x =1

.....

.....

.....

(g) $\dfrac{d}{dx}(g(f(1))$

.....

.....

.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

أولاً أوجد $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^3y}{dx^3}$ للدوال التالية

(1) y = 3x-4

……

……

(2) $y=x^2 -5x +3$

……

……

……

(3) $y = -x^3 +4x -\pi$

……

……

……

(4) $y = (x+2)^{-1}$

……

……

……

……

……

ثانياً :أوجد أصغر قيمة لـ n بحيث يكون $\frac{d^n y}{dx^n} = 0$ أن وجد

(1) $y = 5x^2 +8x +1$

……

……

……

(2) $y = -3x^3 -5x^2$

……

……

……

(3) $y = 3x^5 +8x +4$

……

……

……

(4) $y = 3x^{50}$

……

……

(5) $y = \frac{2}{x}$

……

……

……

……

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

تطبيقات على الاشتقاق

أولاً العلاقة بين المسافة s و السرعة v والعجلة والهزة a .

إذا كانت المسافةs دالة في الزمن t فأن السرعة v هي المشتقة الإولي و العجلة (الهزة) هي المشتقة الثانية كما يلي

$$v = \frac{ds}{dt} \quad ; \quad a = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

ملاحظة **السرعة هي مطلق السرعة المتجهة**

تمارين

(1) أطلقت صاروخ عموديا من على سطح الأرض بسرعة ابتدائية 49 m /sec فوصلت إلي ارتفاع s في زمن قدره t بالعلاقة التالية : $s = 49t - 4.9t^2$ أوجد

(أ) أوجد كل من السرعة المتجهة والعجلة كدالة في الزمن .

.....

.....

(ب) أوجد زمن أقصى ارتفاع.

.....

.....

(ج) أقصى ارتفاع وصل إليه الصاروخ.

.....

.....

(د) أوجد سرعة و عجلة الجسم بعد 3 ثواني من بدء الحركة .

.....

.....

.....

.....

(2) إذا كانت السرعة المتجهة لجسيم عند الزمن t ثانية هي : $v = t^2 - 5t - 6$ أوجد

(أ) عجلة الجسم عندما تنعدم السرعة .

.....

.....

.....

.....

(ب) سرعة الجسم عندما تنعدم العجلة .

.....

.....

.....

.....

(3) يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث يكون موقع الجسم عند أي لحظة t $(t \geq 0)$ يعطي بالعلاقة $S(t) = t^2 - 10t + 9$

S بالمتر ، t بالثانية.

أوجد: (أ) أوجد السرعة المتجهة و السرعة عند t =6

(ب)متي غير الجسم اتجاه حركته .

(ج)صف حركة الجسم خلال زمن قدره 10 sec.

(د) أوجد عجلة الجسم عند t = 4

(هـ) متي تكون الإزاحة صفراً .

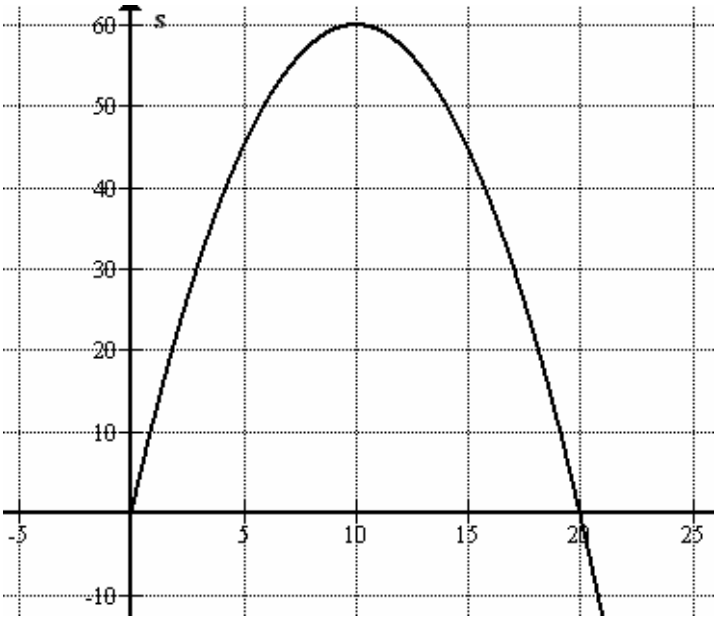
.....

.....

.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

(4) الشكل التالي يمثل العلاقة بين الإزاحة s والزمن t لجسم أطلق عمودياً إلي أعلي بسرعة ابتدائية قدرها 30 m /sec والمطلوب :-



(1) إيجاد زمن أقصى ارتفاع – أقصى ارتفاع.

(2) السرعة عند t =10

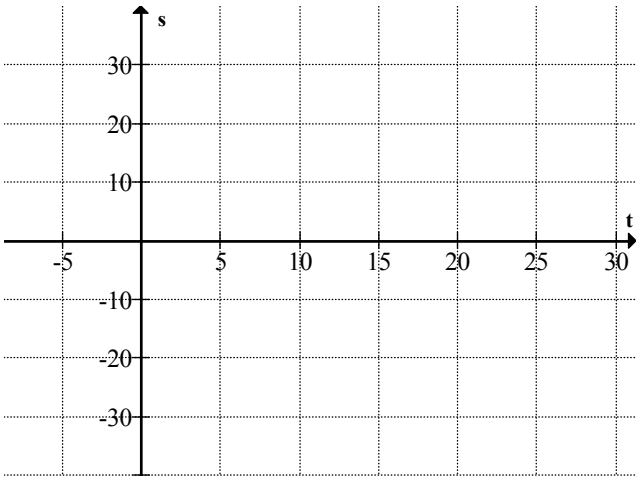
(3) أيهما لكبر السرعة عند t=5 أو t=10

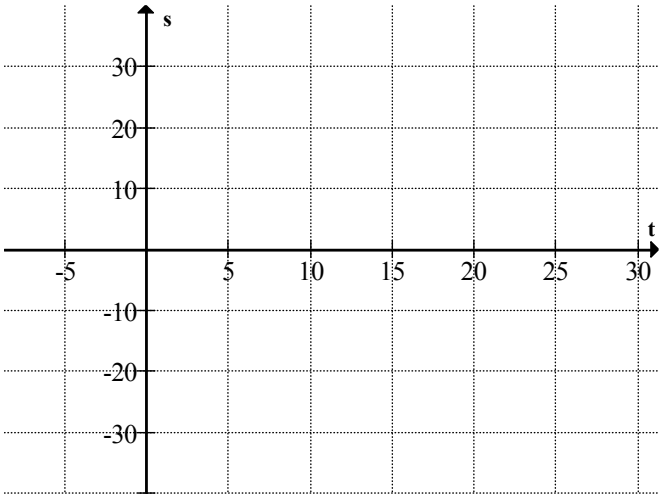
(4) متي غير الجسم اتجاه حركته .

(5) أوجد الإزاحة و المسافة عند t = 20.

(6) ارسم منحني السرعة المتجهة في الفترة[0 , 20]

(7) ارسم منحني العجلة في الفترة[0 , 20]





منحني السرعة المتجهة **منحني العجلة**

ثانياً :- تمرين محلول : (مشابه للتمارين 16 صفحة 27 ، 23 ص28 في كراسة التمارين)

(1) استأجر أعضاء أحد النوادي حمام سباحة لمدة 10 سنوات . وتم تقسيم الإيجار بالتساوي على الأعضاء. وكان هناك 80 عضوًا وإيجار الحمام 0 800 درهم في السنة. فإذا كان عدد الأعضاء يتزايدون بمعدل 20 عضوا في السنة و إيجار حمام السباحة يتزايد بمعدل 1000 درهم كل سنة . ما لمعدل اللحظي للتغير في نصيب العضو من إيجار حمام السباحة.

نفرض أن عدد الأعضاء z بعد عدد من السنين x هو $z = 80+20x$

نفرض أن إيجار حمام السباحة wبعد عدد من السنين x هو $w = 8000+1000x$

∴ يكون نصيب العضو y بعد x سنة هو $y = \frac{8000 + 1000\ x}{80 + 20\ x}$

لإيجاد المعدل اللحظي لنصيب العضو(y') نوجد مشتقة الدالة y

$$y' = \frac{(80 + 20\ X)(1000\ ) - (8000 + 1000\ X)(20)}{(80 + 20\ x)^2}$$

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

$(1) y = \sin x \therefore y' = \cos x$ $(2) y = \cos x \therefore y' = -\sin x$

$(3) y = \tan x \therefore y' = \sec^2 x$ $(4) y = \cot x \therefore y' = -\csc^2 x$

$(5) y = \sec x \therefore y' = \sec x \tan x$ $(6) y = \csc x \therefore y' = -\csc x \cot x$

أولا :-أوجد مشتقات الدوال التالية :

(1) y = 3 + sin x

.....

(2) y = 3 sin x

.....

(3) y= cos x – tan x

.....

(4) $y = \dfrac{1}{\cos x}$

.....

(5) y = x cos x

.....

(6) y = sin x cos x

.....

(7) $\mathbf{y = x^2 + 3x \csc x}$

.....

(8) $y = \dfrac{x^2}{\cos x}$

.....

(9) $y = \dfrac{\sin x}{\cos x + \sin x}$

.....

(10) $y = \dfrac{\sin x - \cos x}{\cos x}$

.....

(11) $y = \dfrac{4}{x + \cos x}$

.....

(12) $y = \dfrac{\sin x}{x}$ $\therefore y' =$ .....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

قاعدة السلسلة

إذا كانت y دالة في u ، u دالة في x أي

$y = f(u)$; $u = g(x)$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$$

تمارين : أوجد $\frac{dy}{dx}$

(1) $y = \sin u$; $u = 3x^2$

.....

.....

(2) $y = \cos u$; $u = 2x+1$

.....

.....

(3) $y = \tan u$; $u = \frac{2}{x+1}$

.....

.....

(4) $y = u^5$; $u = x^2 - 1$

.....

.....

(5) $y = u^8$; $u = 5x^3 + 2x - 4$

.....

.....

(6) $y = (x^2 - x + 4)^{10}$

.....

.....

(7) $(y = (x^3 + 4)^{-6}$

.....

.....

(8) $y = \sin 2x$

.....

.....

(9) $y = \cos (2x - 1)$

.....

.....

(10) $y = \sec 2x^2$

.....

.....

(10) $y = 3\cos x^2 - 2\sin (x^2 - 1)$

.....

.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

(11) $y = \cos^2 x + \sin^2 x$

.....

.....

(12) $y = \cos^2 x - \sin^2 x$

.....

.....

12) $y = (\sin x + \cos x)^2$

.....

.....

(14) $y = \cos^3 (5x)$

.....

.....

(15) $y = 5 \sin 4x$

.....

.....

(16) $y = \dfrac{\sin x^2}{x}$

.....

.....

(17) $y = \dfrac{\sin 2x + \cos 2x}{\sin x^2 - \cos x^2}$

.....

.....

(18) $y = \sec x^3 \csc 3x$

.....

.....

ملاحظة :

$$y = \sqrt{f(x)} \therefore y' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$$

(19) $y = \sqrt{3x+1}$

.....

.....

(20) $y = \sqrt{\sin 2x}$

.....

.....

(21) $y = x^2\sqrt{1+\tan^2 x}$

.....

.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

(22) $y = 4x\sqrt{\csc x}$

.....

.....

.....

(23) $y = \sin\sqrt{x}$

.....

.....

(24) $y = t^2$; $x = 2t + 1$

.....

.....

.....

(25) $y = \sqrt{\sin t}$; $x = 1 - t$

.....

.....

.....

(26) $y = \cos(t + 1)$; $x = t^2 + 2t + 1$

.....

.....

.....

صورة آخري لقاعدة السلسلة (مشتقة تركيب دالتين) :-

$$(f \circ g)' x = \left[f'(g(x))\right] \times g'(x)$$

فمثلاً :-

$f(x) = \sin 2x$, $g(x) = x^2 + 1$

$f'(x) = 2\cos 2x$; $f'(g(x)) = 2\cos 2(x^2+1)$; $g'(x) = 2x$

$$(f \circ g)' x = 2\cos 2(x^2+1) \times 2x = 4x \cos 2(x^2+1)$$

(27) تمرين:

بفرض أن الدالتين f , g قابلتين للاشتقاق و الدالتان و مشتقاتهما لهما القيم التالية عند x=-1 ; x = 1

x	$f(x)$	$f'(x)$	g(x)	$g'(x)$
-1	1	-2	1	0.5
1	-1	3	-1	2

أوجد

(a) $(f \circ g)' x$; $x = 1$

.....

.....

(b) $(g \circ f)' x$; $x = 1$

.....

.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

إذا كانت

$y = \sin x$; $g = \cos x$

فأن

$$\frac{d^n y}{dx^n} = \sin(x + \frac{n\pi}{2}) \quad ; \quad \frac{d^n g}{dx^n} = \cos(x + \frac{n\pi}{2})$$

(28) أوجد

$$\frac{d^{100} y}{dx^{100}} \text{ ، } \frac{d^{75} y}{dx^{75}} \text{ ، } \frac{d^{50} y}{dx^{50}} \text{ ، } \frac{d^{25} y}{dx^{25}} \text{ ، } \frac{d^{20} y}{dx^{20}}$$

للدالتين : $y = \sin x$, $y = \cos x$

.....
.....
.....
.....
.....

ميل المنحنيات البارامترية

(29) أوجد معادلة المماس للمنحني عند النقطة المعرفة بالقيمة المعطاة لـ t

(a) $y = \cos t$, $x = \sin t$; $t = \pi/3$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

(b) **$y = 1+\cos t$, $x = \sin t - t$; $t = \pi/4$**

.....
.....
.....
.....
.....
.....

(c) **$y = 2\sin t$, $x = \tan t$; $t = \pi/6$**

.....
.....
.....
.....
.....

(d) $y = \sqrt{t}$, **$x = t^2 - 3$; $t = 4$**

.....
.....
.....
.....
.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

المعادلتان البارامتريتان لمنحنى هما :

(e) $y = \sqrt{2t+1}; x = t^2 + 3t + 1$

أوجد معادلة المماس للمنحني عند t=4

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

الاشتقاق الضمني

أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل دالة مما يلي

(30) $y^2 + x^2 = 9$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

(31) $y^2 + x\,y + 2x = 0$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

(32) $y + \cos y = x$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

(33) $y^2 - 2y + 1 = x^2$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

(34) أوجد معادلة المماس للمنحني و الخط العمودي على المنحنى في النقاط المعطاة على منحني الدالات

(a) $y^2 - x\,y + x = 5$; (-1 , 2)

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

(b) $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 4$; (-2, 4)

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

(c) $y = 1 + \cos(\pi x + y)$; (-1,0)

.....
.....
.....
.....
.....
.....

(d) $\sqrt{xy} = 4$; (1 , 2)

.....
.....
.....
.....
.....
.....

تنبيه : أبنائي الطلاب و الطالبات هذا جهد بسيط ومتواضع أرجو من الله العلي القدير أن يساعدكم في الارتقاء بالمستوي العلمي في مادة الرياضيات وارجوا التنبيه على ضرورة حل اكبر قدر ممكن من مسائل كتاب التمارين (المجموعة A و المجموعة B) و تمارين كتاب الطالب مع الزملاء الأفاضل . وأكون ممتناً للزملاء الأفاضل بأي نقد بناء . والله يوفقكم لما فيه خير أمتكم و السلام عليكم و رحمة الله وبركاته .

ممدوح أمين علي

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)