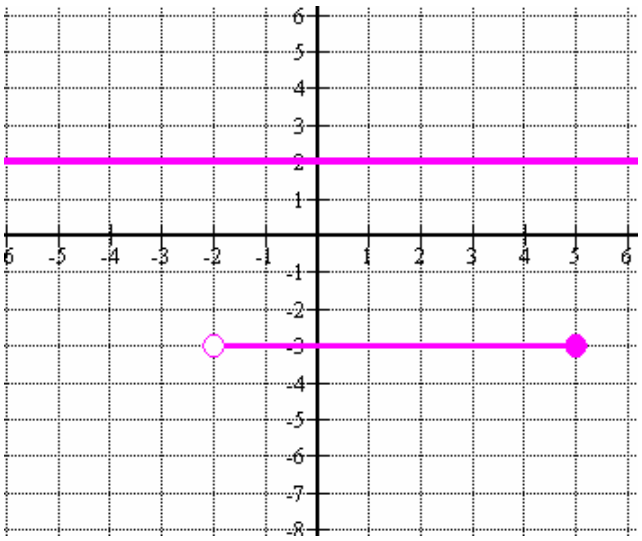
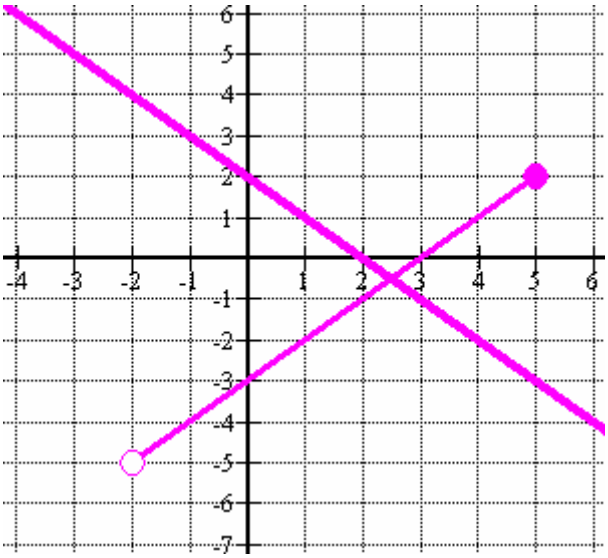
الدوال الحدودية :

أولا الدالة الثابتة :



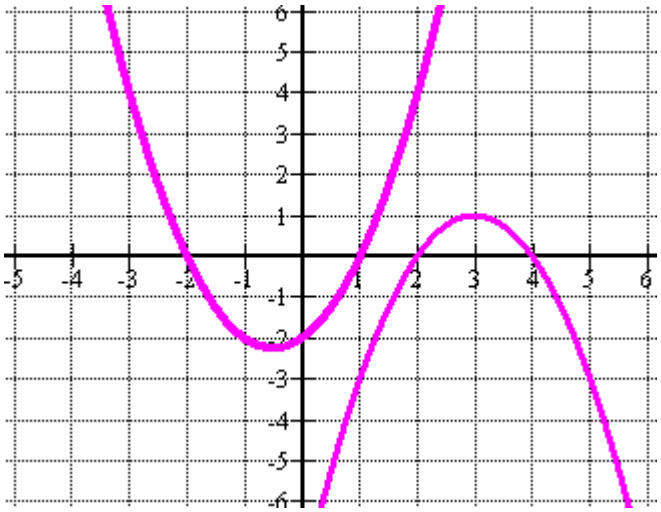
$y = 2$; $y = -3$

ثانياً : الدالة الخطية



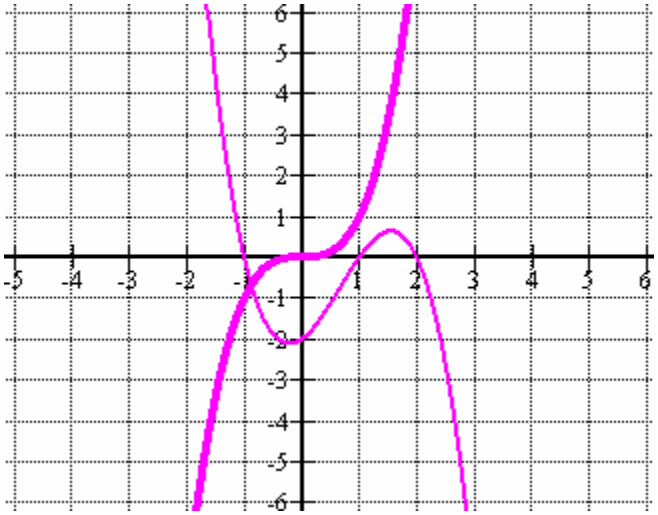
$y= 2 –x$; $y = x - 3$

ثالثاً: الدالة التربيعية :



$y = x^2 +x -2$; $y = -x^2+ 6x -8$

رابعاً دالة من الدرجة الثالثة

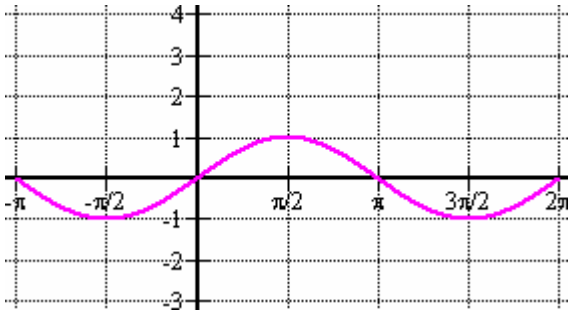


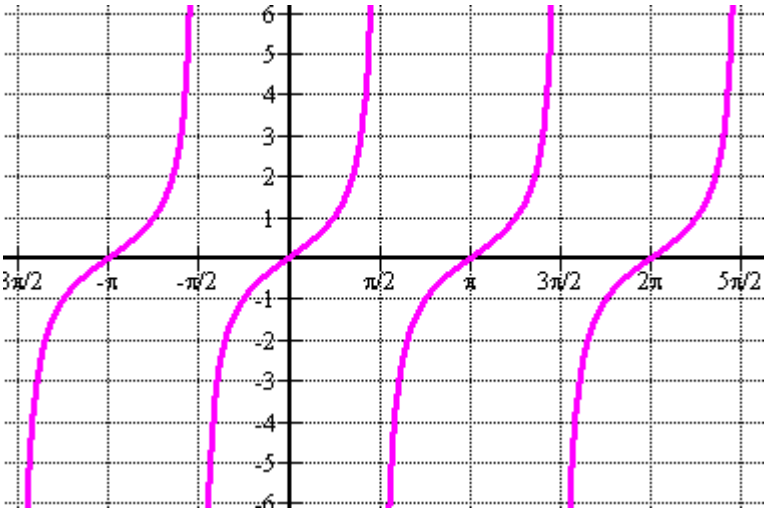
$y = x^3$; $y = -x^3 +2x^2 +x -2$

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

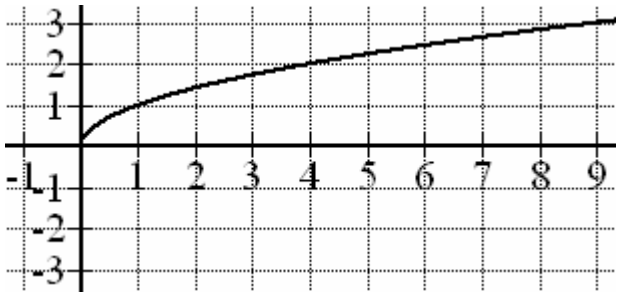
دالة الجيب : $y=\sin x$

دالة الظل : $y = \tan x$

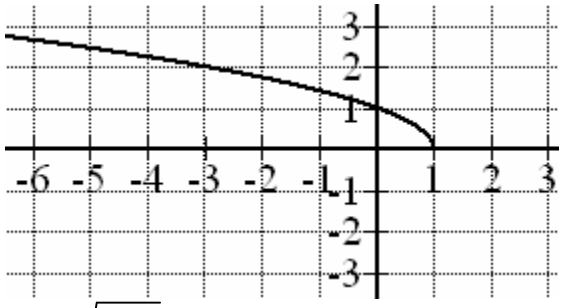




الدالة الجذرية :

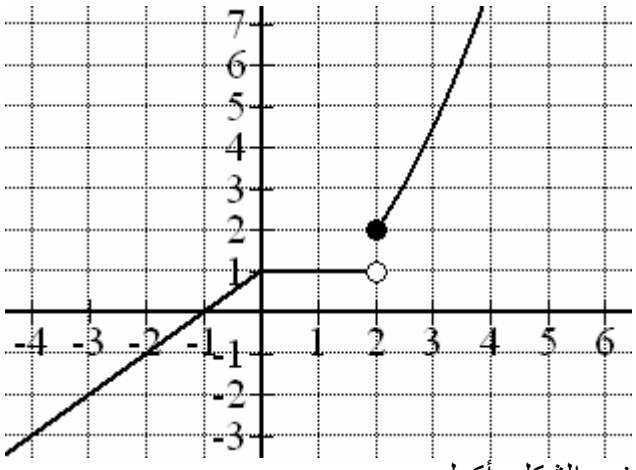


$g(x) = \sqrt{x}$



$f(x) = \sqrt{1-x}$

تمرين :-



في الشكل أكمل :-

$f(-2) =$; $f(-1) =$; $f(0) =$; $f(2) =$

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

قواعد النهايات

(أ) إذا كانت الدالة f(x) كثيرة حدود وكانت معرفة في فترة حول c فأن

$$\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$$

نظرية خواص النهايات : إذا كان

$$\lim_{x\to a} f(x) = M \quad , \quad \lim_{x\to a} g(x) = K$$

$$(a)\lim_{x\to a}(f \pm g)(x) = M \pm K$$

$$(b)\lim_{x\to a}(f \times g)(x) = M \times K$$

$$(c)\lim_{x\to a} L \times f(x) = L \times K$$

$$(d)\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{M}{K}, K \neq 0$$

$$(e)\lim_{x\to a} f(x)^{\frac{r}{s}} = M^{\frac{r}{s}}; s \neq 0$$

أوجد ناتج ما يلي أن أمكن : -

(1) $\lim_{x\to 2} x^2-2x+3$

.....

(2) $\lim_{x\to 1} x^2-x+1$

.....

(3) $\lim_{x\to 2} x^2-x-3$; $x\in\{0, 1, 2, \ldots\ldots\ldots\ldots\}$

.....

(4) $\lim_{x\to -2} x^2+x+4$; $x> -2$

.....

(5) $\lim_{x\to 0} x^2-3x$; $x \neq 0$

.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

(ب) إذا كانت الدالة f(x) دالة نسبية وكانت معرفة في فترة حول c فأنه يوجد ثلاث حالات :-

a) $\lim_{x \to 0} f(x) = f(c) \in R$

b) $\lim_{x \to 0} f(x) = f(c) = \pm\infty$

في هذه الحالة ليس للدالة نهاية

c) $\lim_{x \to 0} f(x) = f(c) = \frac{0}{0}$

في هذه الحالة يحذف العامل (x-a) من كل من البسط و المقام .

(6) $\lim_{x \to 2} \frac{2+x}{1+x}$

(7) $\lim_{x \to 1} \frac{x^2-1}{2+x}$

(8) $\lim_{x \to 0} \frac{x^2-x+3}{x+2}$

.....
.....
.....

(9) $\lim_{x \to -2} \frac{x^2+4}{x-2}$

.....
.....
.....

(10) $\lim_{x \to -2} \frac{x^2-4}{x+2}$

.....
.....
.....

(11) $\lim_{x \to 1} \frac{x^2-1}{x-1}$

.....
.....
.....

(12) $\lim_{x \to 3} \frac{x+3}{x^2-9}$

.....
.....
.....

(13) $\lim_{x \to -1} \frac{x^2+x}{x+1}$

.....
.....
.....

(14) $\lim_{x \to 5} \frac{x^2-25}{2x-10}$

.....
.....
.....

(15) $\lim_{x \to 4} \frac{x^2-4x}{x^2-16}$

.....
.....
.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

(16) $\lim_{x\to 3} \dfrac{x^2-4x+3}{x-3}$

.....
.....
.....

(17) $\lim_{x\to 3} \dfrac{x^3-27}{2x-6}$

.....
.....
.....

(18) $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^3-2x^2+x}{x^2-1}$

.....
.....
.....

(19) $\lim_{x\to -1} \dfrac{2x^2+3x+1}{x^2-x-2}$

.....
.....
.....

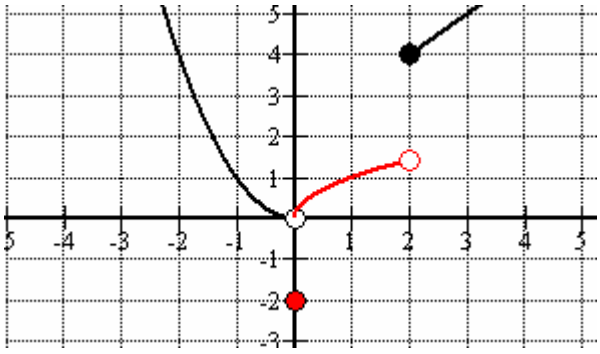
النهاية اليمني و النهاية اليسرى للدالة

إذا كانت الدالة معرفة على الفترة (c , b) أو (b , c) فأن للدالة نهاية من جهة واحدة يمنى أو يسري

$\lim_{x\to c^+} f(x)$; $\lim_{x\to c^-} f(x)$

ملاحظة يكون للدالة تهاية عند نقطة إذا تساوت النهاياتان اليمني و اليسرى

في الشكل المجاور الشكل البياني للدالة $f(x)$ أوجد



a) $f(1)$

b) $\lim_{x\to 1} f(x)$ .....

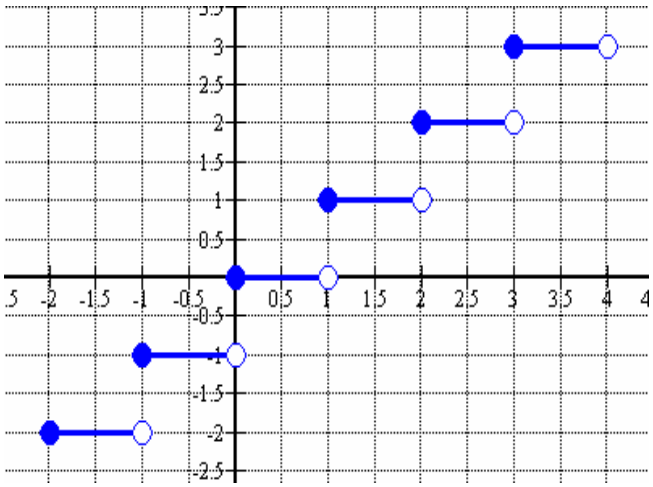
c) $\lim_{x\to 2^+} f(x)$; $\lim_{x\to 2^-} f(x)$

$\therefore \lim_{x\to 2} f(x)$

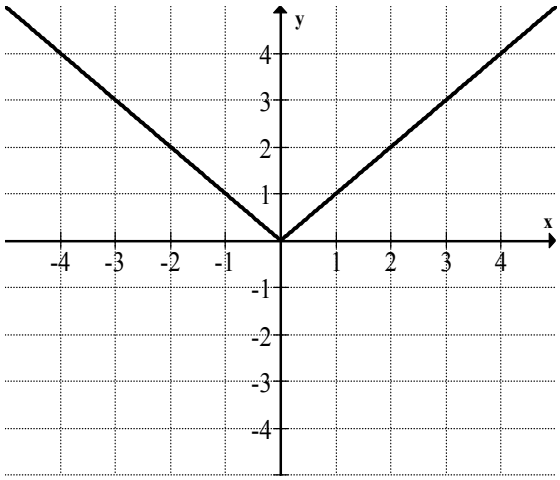
d) $\lim_{x\to 0^+} f(x)$; $\lim_{x\to 0^-} f(x)$

$\therefore \lim_{x\to 0} f(x)$

دالة المطلق و دالة الصحيح :



$f(x) = [x]$



$f(x) = |x|$

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

(20) $\lim_{x\to 2^-} \dfrac{|x-2|}{x-2}$

(21) $\lim_{x\to 1^+} \dfrac{|x-1|}{x^2+x-2}$

(22) $\lim_{x\to 2} \dfrac{|x-1|-1}{2x-4}$

(23) $\lim_{x\to 1} \dfrac{|x+1|-2}{x^2-1}$

(24) $\lim_{x\to 2^+} [x-1]$

(25) $\lim_{x\to 2^-} [x-1]$

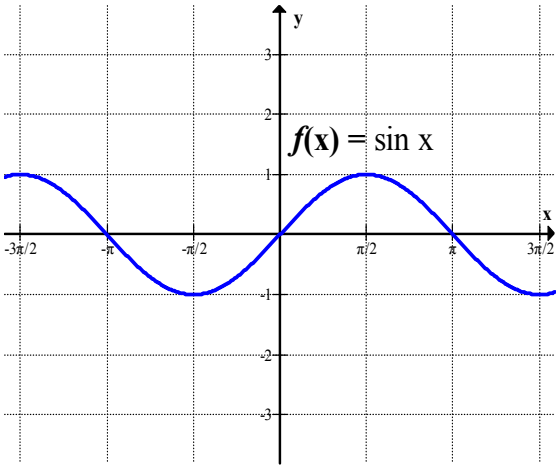
(26) $\lim_{x\to 1^-} \dfrac{[x]}{x-1}$

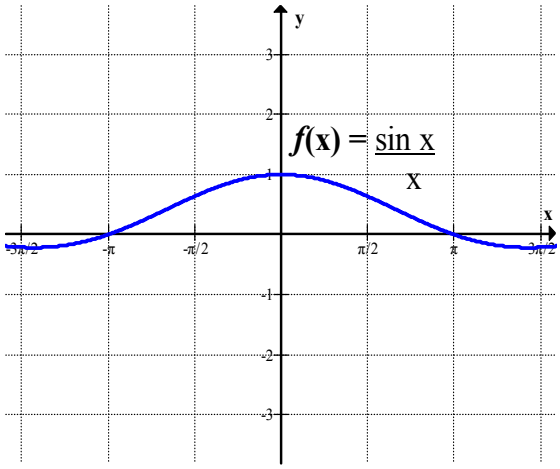
(27) $\lim_{x\to 2^+} \dfrac{[x+1]}{x-1}$

(28) $\lim_{x\to \frac{1}{4}} [x - \frac{1}{4}]$

(29) $\lim_{x\to 0} x \cos x$

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)





قواعد هامة :

$(a)\ \lim_{x\to a} \sin x = \sin a \qquad \lim_{x\to a} \cos x = \cos a$

$(b)\ \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \qquad \lim_{x\to 0} \frac{x}{\sin x} = 1$

$(c)\ \lim_{x\to 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b} \qquad \lim_{x\to 0} \frac{bx}{\sin ax} = \frac{b}{a}$

$(1)\ \lim_{x\to 0} \sin x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ ، $\lim_{x\to 0} \cos x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ ،

$\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \sin x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ ، $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \cos x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$(2)\ \lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{1-\sin x} =$

$(3)\ \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{\sin^2 x} =$

$(4)\ \lim_{x\to 0} x \csc x$

$(5)\ \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{2x} =$

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

(6) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sin 5x}{2x+\sin x} =$

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

(7) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sin^2 x - \sin 2x}{\sin x} =$

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

(8) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sin x + 2x}{\sin x}$

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

(9) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sin 3x - x^2}{x}$

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

= =

باستخدام نهاية حاصل ضرب دالتين اوجد أن أمكن

(10) $\lim_{x\to 0} x \cos x$

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

(11) $\lim_{x\to 0} x^2 \sin x$

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

(12) $\lim_{x\to 0} x^2 \sin \dfrac{1}{x}$

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

نظرية الإحاطة :-

إذا كانت $h(x) \le g(x) \le f(x)$ وكان $\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} h(x) = m$ فأن $\lim_{x\to a} g(x) = m$

باستخدام نظرية الإحاطة أوجد :

$$(12)\ \lim_{x\to 0} x^2 \sin\frac{1}{x}$$

.....
.....
.....
.....

$$(13)\ \lim_{x\to 0^+} x\cos\frac{1}{x}$$

.....
.....
.....

$$(14)\quad \lim_{x\to 0} |x|\cos\left(\frac{1}{x}\right)$$

.....
.....
.....
.....

$$(15)\ \lim_{x\to 0} x\sin\frac{1}{x}$$

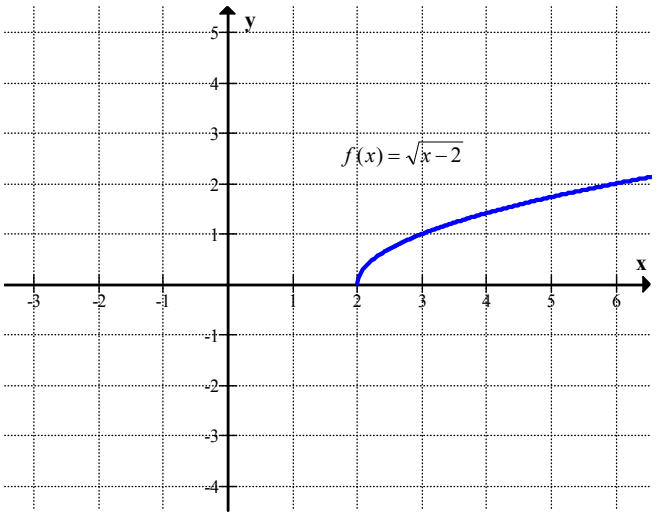
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

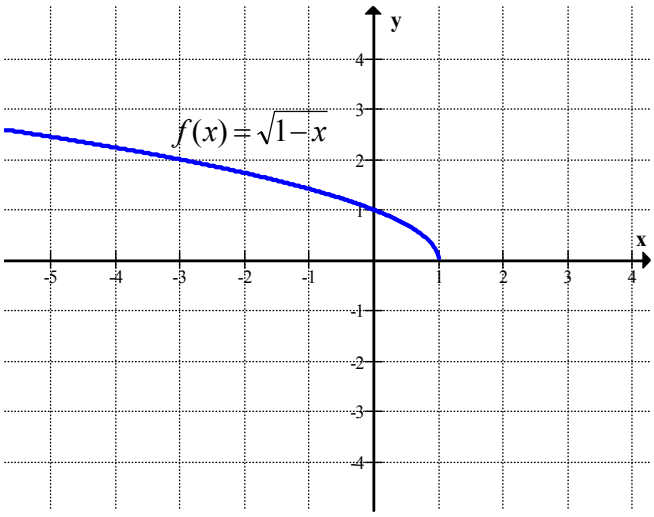
$$(16)\ \lim_{x\to 0} x[x]$$

.....
.....
.....
.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

الدوال الجذرية :





(1) $\lim_{x\to 2^+} \sqrt{x-2}$

.....
.....

(2) $\lim_{x\to 2} \sqrt{x-2}$

.....
.....

(3) $\lim_{x\to 1^-} \sqrt{1-x}$

.....
.....
.....

(4) $\lim_{x\to 1} \sqrt{1-x}$

.....
.....
.....

(5) $\lim_{x\to 9} \dfrac{\sqrt{x}-3}{x-9}$

.....
.....
.....

(6) $\lim_{x\to 1} \dfrac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}$

.....
.....
.....

(7) $\lim_{x\to 3} \dfrac{\sqrt{x-2}-1}{x^2-2x-3}$

.....
.....
.....
.....

(8) $\lim_{x\to 2} \dfrac{2-\sqrt{x+2}}{x^2-4}$

.....
.....
.....
.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

(9) $\lim_{x \to 2} \dfrac{\frac{1}{x} - \frac{1}{2}}{x-2}$

(10) $\lim_{x \to 1} \dfrac{\frac{1}{2} - \frac{1}{x+1}}{x^2-1}$

(11) $\lim_{x \to 0} \dfrac{3x^{-2} + 5}{4x^{-2} + 2}$

(12) $\lim_{x \to 0} \dfrac{7x^{-0.5} - 1}{2x^{-0.5} + 4}$

(13) $g(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & ; x \leq 0 \\ \dfrac{\sin 3x}{x} & ; x > 0 \end{cases}$

أوجد

(a) $\lim_{x \to 0^+} g(x)$

(b) $\lim_{x \to 0^-} g(x)$

(c) $\lim_{x \to 0} g(x)$

(d) $\lim_{x \to -1} g(x)$

تمرين(14)

$g(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & ; x \leq -1 \\ kx^2 - 3x + 1 & ; x > -1 \end{cases}$

أوجد قيمة k حتى يكون للدالة نهاية عند -1

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

تمرين (15)

$\lim_{x\to 0} f(x) = 2$; $\lim_{x\to 0} g(x) = -1$

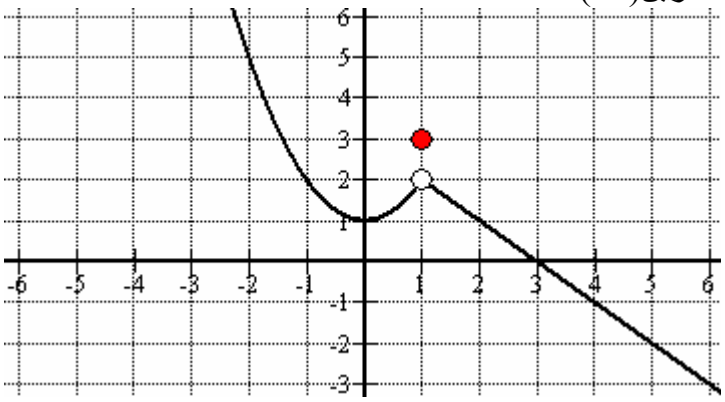
(a) $\lim_{x\to 0}(f+g)\,x$

(b) $\lim_{x\to 0}(x-2)\,g(x)$

(c) $\lim_{x\to 0} \frac{x}{\sin x} f(x)$

(d) $\lim_{x\to 0} \sqrt{g(x)}$

تمرين(16)



في الشكل المجاور الشكل البياني للدالة f(x) أوجد

a) $f(1)$

b) $\lim_{x\to 1} f(x)$

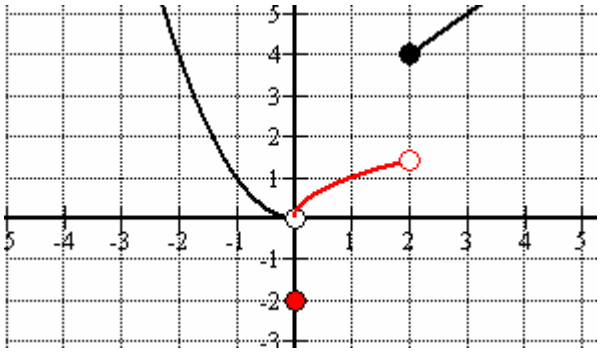
c) $\lim_{x\to 3} f(x)$

d) $\lim_{x\to 3} \sqrt{f(x)}$

f) $\lim_{x\to 2} f^2(x)$

g) $\lim_{x\to 2} \frac{f(x)-1}{x-2}$

تمرين (17)



في الشكل المجاور الشكل البياني للدالة f(x) أوجد

a) $f(c) = 4 \Rightarrow c = \ldots\ldots$

b) $f(0) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

b) $\lim_{x\to 2} 3f(x)$

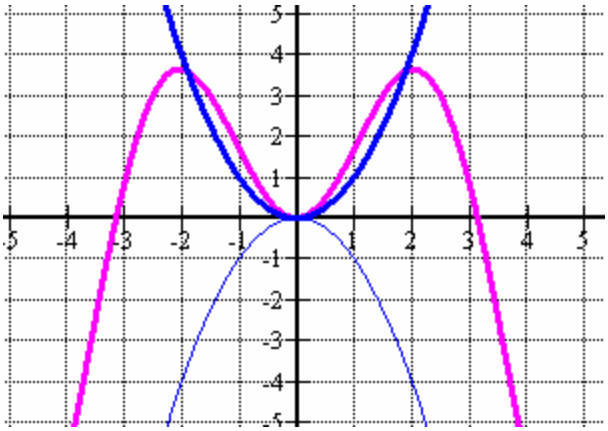
c) $\lim_{x\to 0} f(x)\sin x$

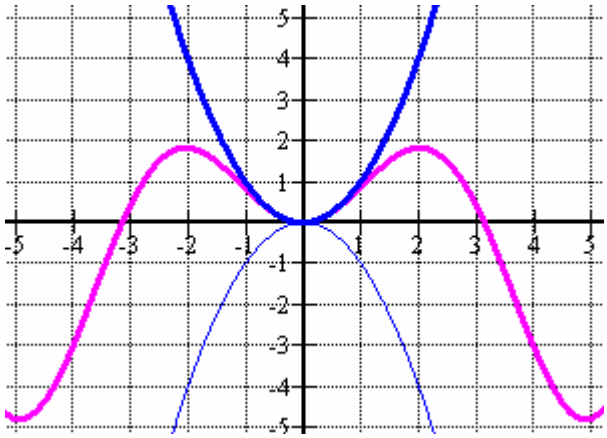
d) $\lim_{x\to 0} \sqrt{f(x)}$

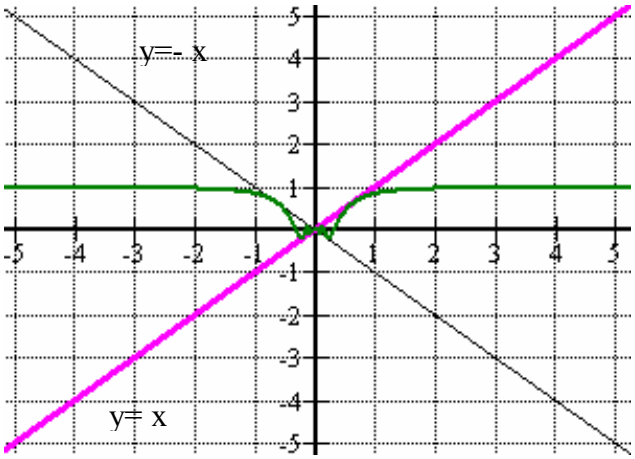
e) $\lim_{x\to 2^+} \frac{f(x)-4}{x-2}$

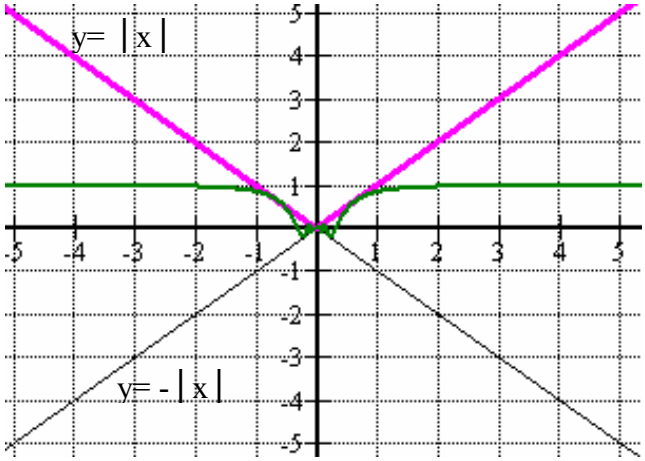
Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

تفكير ناقد : أي من الإشكال التالية تطبيق لنظرية الإحاطة عند $x = 0$

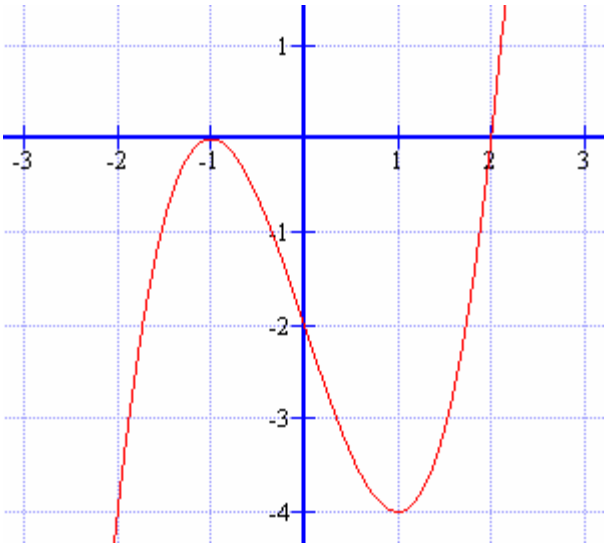




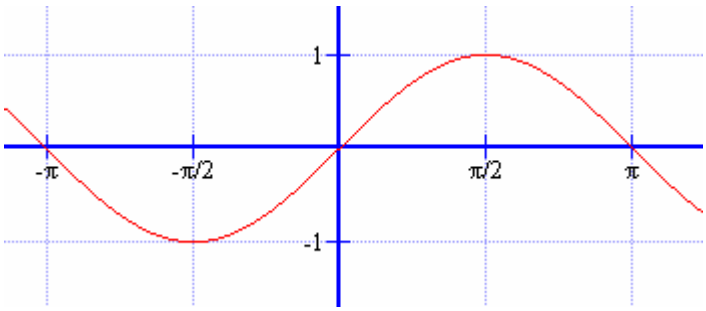




Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)



ش (1)



(ش2)

الشكلين 1،2 هو التمثيل البياني لدوال متصلة
في الشكل (1) أوجد

$f(-1) =$ ..... ; $\lim_{x\to -1} f(x)$　　$\therefore \lim_{x\to -1} f(x) =$

$f(0) =$ ..... ; $\lim_{x\to 0} f(x)$　　$\therefore \lim_{x\to 0} f(x) =$

إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة فأن لكل نقطة داخلية c فأن

$$\lim_{X\to c} f(x) = f(c)$$

تمرين : حدد أي الدوال التالية متصلة أو غير متصلة على مجالها

(1) الدوال كثيرة الحدود

(2) الدوال الآسية . $y = e^x$

(3) الدوال اللوغارتمية . $y = \ln x$

(4) دالة الجيب . ($y = \sin x$)

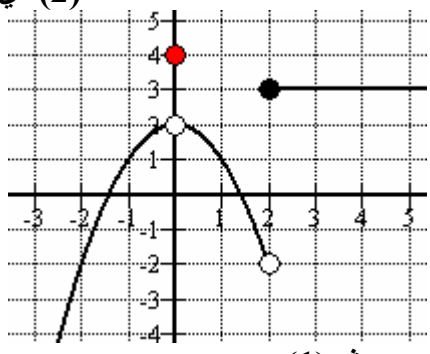
(5) دالة جيب التمام .($y = \cos x$)

(6) دالة الظل . ($y = \tan x$)

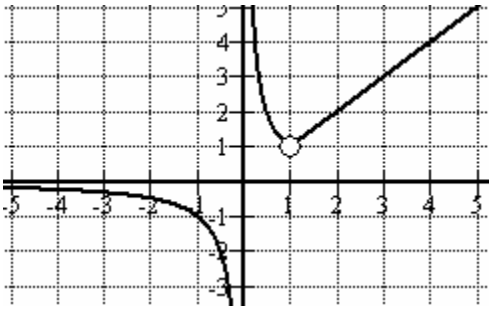
(7) دالة المطلق $y = |x|$

(8) دالة الصحيح $y = [x]$

تمرين : في كل شكل مما يلي (1) حدد نقاط الانفصال في كل شكل مما يلي ونوعه
(2) أي من نقاط الانفصال يمكن التخلص منه وكيف؟



ش(1)



ش(2)

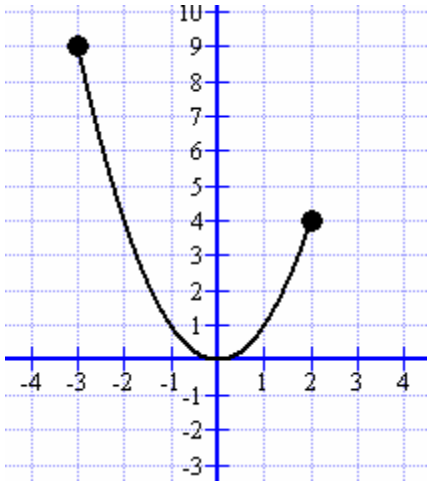
Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

الاتصال عند النقاط الطرفية

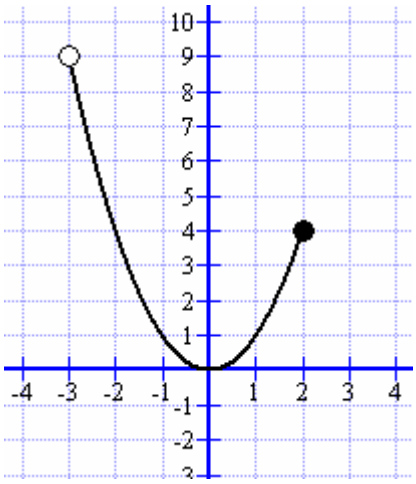
إذا كانت الدالة معرفة على الفترة [a ، b] فأن الدالة تكون متصلة عند a , b إذا كان

$\lim_{x \to a^+} f(x) = f(a)$; $\lim_{x \to b^-} f(x) = f(b)$

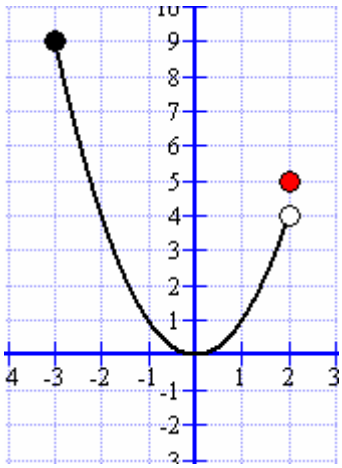
تمرين : في الأشكال التالية ادرس اتصال الدوال التالية عند x= 2 ; x=-3



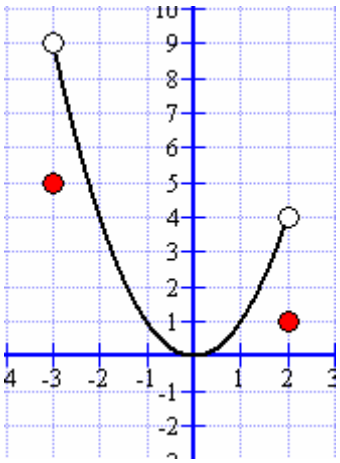
ش(1)



ش(2)



ش(3)



ش (4)

تمارين : أوجد نقاط عدم الاتصال (الانفصال) للدوال التالية(أن وجدت) وحدد نوع الانفصال

(1) $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

.....

.....

(2) f(x) = sec x

.....

.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

(3) $f(x) = \dfrac{1}{\sin x - \cos x}$

.....

.....

(4) $f(x) = \dfrac{x+1}{x^3-1}$

.....

.....

(5) $f(x) = \dfrac{x-4}{x^3-4x^2+5x-2}$

.....

.....

(6) $f(x) = \dfrac{x^2-4}{x^2-5x+6}$

.....

.....

(7) $f(x) = \begin{cases} x+2 & ; \ x \leq -1 \\ 1 & ; \ -1 < x \leq 2 \\ 2-x & ; \ x > 2 \end{cases}$

.....

.....

(8) $f(x) = \begin{cases} x^2-1 & ; \ x \leq -1 \\ 1-x & ; \ -1 < x < 0 \\ \cos x & ; \ x > 0 \end{cases}$

.....

.....

(9) $f(x) = \dfrac{1}{\ln x - 1}$

.....

.....

(10) $f(x) = \dfrac{x}{e^x - 1}$

.....

.....

(11) $f(x) = \dfrac{2}{|x|-1}$

.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

.....

(12) $f(x) = [x]$; $x \in (0, 2)$

.....

.....

(13) $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x-1}$

.....

.....

(14) $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x-2}}$

.....

.....

(15) $f(x) = \frac{x}{\sin x}$

.....

.....

(16) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$

.....

.....

(17) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

.....

.....

السؤال الثاني :- **أعد كتابة الدوال التالية بحيث تكون متصلة عند النقطة المشار إليها (أن أمكن)**

(1) $\mathbf{f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}}$ **; x= 2**

.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

.....

.....

(2) $f(x) = \frac{\sin x}{2x}$;x= 0

.....

.....

.

(3) f(x) = x csc x ;x= 0

.....

.....

.....

(4) $f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 1 & ; x > 1 \\ \frac{3x^2 - 5x + 2}{x - 1} & ; x < 1 \end{cases}$;x = 1

.....

.....

.....

.....

(5) $F(x) = \begin{cases} x \cos \frac{1}{x^2} & ; x < 0 \\ [x] & ; x > 0 \end{cases}$;x = 0

.....

.....

.....

(6) $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 - 2x - 4}{x + 1}$; x= -1

.....

.....

.....

(7) $f(x) = \frac{9 - {}^2x}{6 - x - {}^2x}$; x = 3

.....

.....

.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

السؤال الثالث :

أولا ☹ (1) أوجد a ,b إذا علم أن الدالة التالية متصلة

$$f(x)=\begin{cases} a\,x^2+1 & ; x>2 \\ b & ; x=2 \\ x-2 & ; x<2 \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

(2) أوجد a ,b إذا علم أن الدالة التالية متصلة

$$f(x)=\begin{cases} a\,x^2-2 & ; x>1 \\ 2 & ; x=1 \\ x+b & ; x<1 \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

(3) أوجد b إذا علم أن الدالة التالية متصلة

$$f(x)=\begin{cases} x^2-b & ; x\geq 1 \\ b\,x+2 & ; x<1 \end{cases}$$

.....

.....

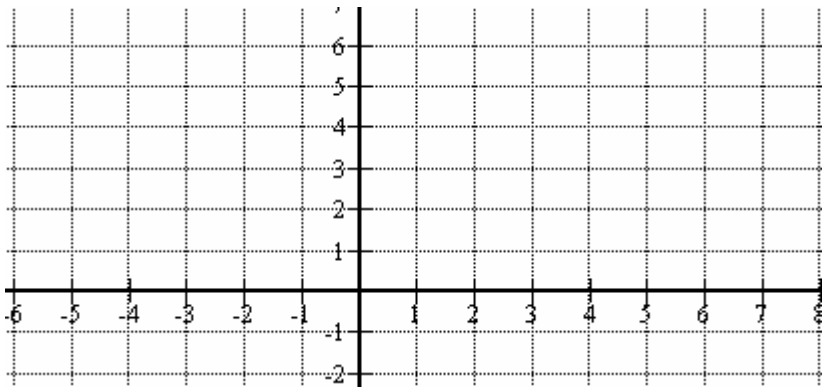
.....

.....

.....

(1) ارسم بيان الدالة و عين نقاط الانفصال مع ذكر سبب بيان الانفصال جبرياً .

$$F(x)=\begin{cases} x+2 & ; x<-1 \\ 1 & ; -1<x<1 \\ \ln x & ; x\geq 1 \end{cases}$$

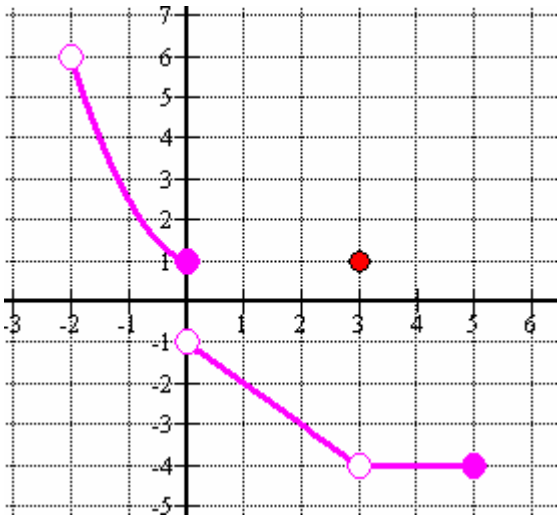


Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

(2) الدالة $f(x) = x^2 - x - 6$ دالة كثيرة حدود متصلة . هل الدالة $\sqrt{f(x)}$ متصلة أيضا؟ و لماذا ؟

.....
.....
.....
.....
.....

(3) فيما يلي بيان الدالة **f(x)** المعرفة



(أ) ما هي نقاط الانفصال ؟

.....

(ب) اعد تعريف الدالة لتكون متصلة أن أمكن عند نقاط الانفصال الداخلية و الطرفية .

.....
.....
.....
.....
.....

(ج) لماذا الدالة متصلة عند $x = 5$ ؟

.....

(4) الدالتان $f(x) = [x]$ ، $g(x) = ([x] - x)^2$ غير متصلتان عند $x=1$ فهل الدالة $f(x) + g(x)$ غير متصلة عند $x=1$ ولماذا؟

.....
.....
.....
.....
.....

أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات التي تلي كل سؤال (الأسئلة 5،6،7،8،9)

(5) إذا كانت $f(x)$ دالة كثيرة حدود ، $f(-2) = 4$; $f(0) = -1$; $f(1) = 3$; $f(2) = 2$., $f(3) = -2$
فأن أقل عدد من أصفار الدالة على الفترة (3 ، -2) هو

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

(6) الدالة الغير متصلة على R (مجموعة الإعداد الحقيقية) هي ..... $f(x) =$

a) $\begin{cases} x+2 & ;x < 2 \\ 6-x & ; x > 2 \end{cases}$

b) $\dfrac{x}{1+|x|}$

c) $\dfrac{x}{1+x^2}$

d) e^x

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

(7) إذا كانت الدالة f(x) متصلة على الفترة (1,4) فأن الدالة متصلة عند x=.....

a) 0 b) 1 c) 2 d) 4

(8) الدالة : $x / |x|$ = f(x) متصلة على الفترة

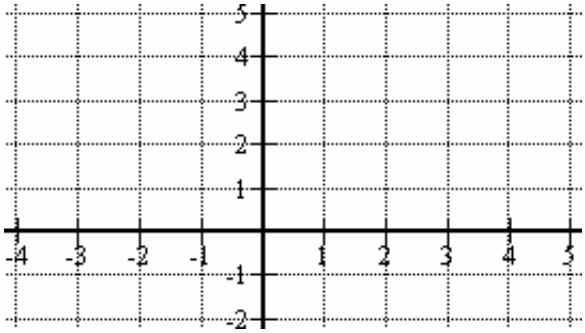
a) [0,2] b) [0,2) c) (-2,2) d) (0,2)

(9) الدالة المتصلة هي التي يمكن أن يكون مداها (R هي رمز مجموعة الإعداد الحقيقية)

a) R / {0,1} b)R/ (0,1) c)R/ [0,1] d) [0,1]

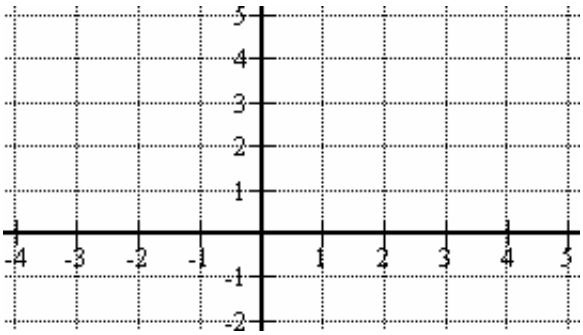
(10) ضع رسماً بيانياً ممكناً لدالة تحقق ما يلي : مجالها [3 , 2-)

$\lim_{x\to1^+} f(x) = 3$, $\lim_{x\to1^-} f(x) = 2$, $f(1) = 2$



(11) ضع رسماً بيانياً ممكناً لدالة تحقق ما يلي : مداها [1 , 1-]

$\lim_{x\to a} f(x) = a$, $f(a) = a$



(12) مهارات عليا : أثبت أن $f(x) = \sin x$ دالة متصلة على مجالها .

.....

.....

.....

.....

.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

(13) للمبدعين فقط : إذا كان f(x) دالة متصلة ، f(1) >1 , f(0) < 0 فبين أنه يوجد عدد a بحيث $a \in (0 , 1)$, **f(a) = a :**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

عزيزي الطالب : لا تنسي حل كل كراسة التمارين و استعن بأستاذك الفاضل أن تعذر عليك شئ .

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

تعريف :(1) الدالة $y = f(x)$ ، A , B نقطتان على منحني الدالة - متوسط التغير بين النقطتين $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

وهو ميل القاطع AB

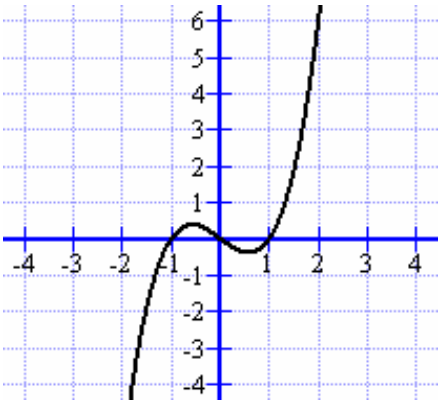
(2) معدل تغير الدالة عند النقطة $P(x_1,y_1)$ يرمز له بالرمز $\frac{dy}{dx}$ هو $\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

وهو ميل المنحني عند النقطة P (ميل المماس للمنحني)

تمرين :- إذا كانت الدالة $y = f(x)$

في الشكل المقابل : الرسم البياني للدالة $f(x) = x^3 - x$ أوجد

(1) متوسط التغير في الفترة [0,4]



.....

.....

.....

(2) معدل التغير عند x=1

.....

.....

.....

(3) معادلة المماس للمنحني عند x =1

.....

.....

.....

(4) معادلة الخط العمودي على المنحني عند x =1

.....

.....

.....

تمرين (2) الدالة $f(x) = 2x^2 - x$

(أ) أوجد متوسط تغير الدالة على الفترة [4 , 1-]

.....

.....

(ب) أوجد ميل المنحني عند x = 3 ، x= 0

.....

.....

.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

تمرين (3) الدالة $y = \frac{a}{x}$, a عدد ثابت

أوجد (أ) متوسط التغير عندما تتغير x من 1 إلي 2

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(ب) معدل التغير عندما x=2

.....

.....

.....

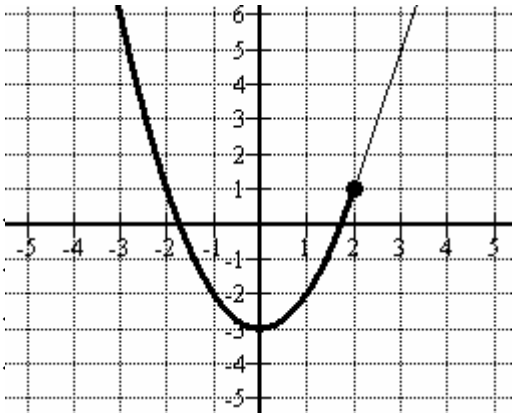
.....

.....

.....

تمرين (4-a) أوجد ميل المماس للمنحني الدالة عند x = 2

$$(4)\ f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & ; x < 2 \\ 4x - 7 & ; x \geq 2 \end{cases}$$



.....

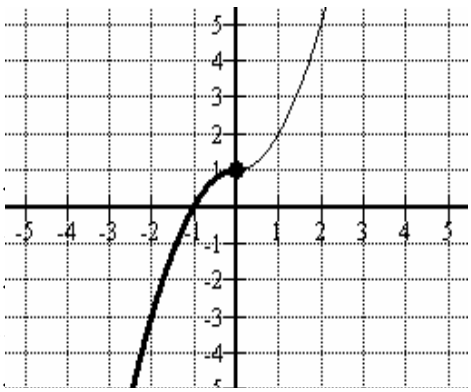
.....

.....

.....

(4-b) أوجد ميل المماس للمنحني الدالة عند x = 0

$$(5)\ f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & ; x > 0 \\ -x^2 + 1 & ; x \leq 0 \end{cases}$$



.....

.....

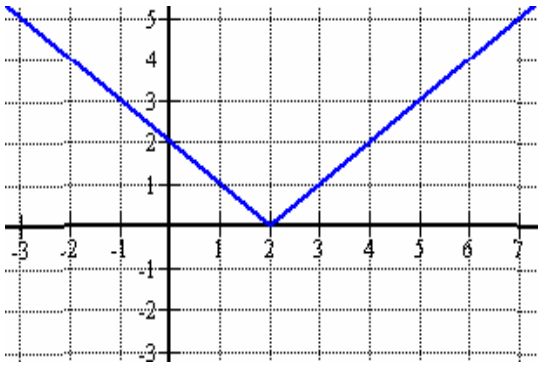
.....

.....

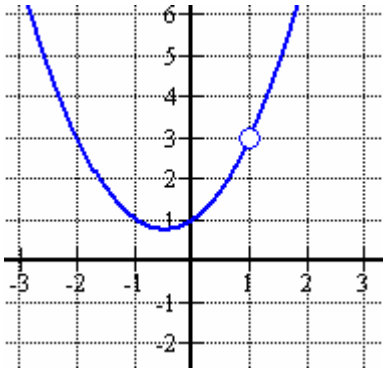
.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

تمرين (4) استخدم الرسم البياني لإيجاد ميل المنحني عند $x = 1, 3$, 2 أن أمكن



تمرين (5) استخدم الرسم البياني لإيجاد ميل المنحني عند $x = 1$, $x = -\frac{1}{2}$ أن أمكن

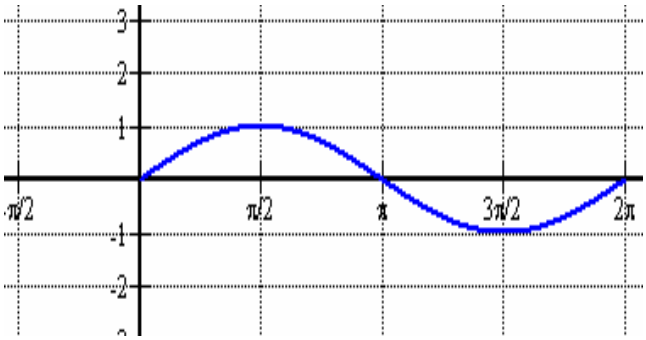


تمرين(5)

أوجد النقط الواقعة على المنحني , $y = \sin x$ في الفترة $[\ 0\ ,\ 2\pi\ ]$ والتي تحقق ما يلي :

(a) m = 0

……..



Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)

تمرين (6) السقوط الحر: معادلة السقوط الحر على الكرة الأرضية هي $s = 9.8t^2$ m حيث t الزمن بالثواني بفرض صخرة وقعت من ارتفاع 800 m أوجد

(أ) السرعة المتوسطة خلال الخمس ثواني الأولي.

(ب) السرعة عند t=5 sec.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تمرين (7) دائرة نصف قطرها 4 cm أوجد

(أ) معدل تغير المساحة بالنسبة إلي نصف القطر.

(ب) معدل تغير المحيط إلي نصف القطر .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تمرين (8) أوجد ميل المماس للمنحني(ميل المنحني) عند القيم المرافقة

$f(x) = [x]$; x= 1 , x= 2.5

.....

.....

.....

.....

.....

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (http://www.novapdf.com)